C.d.L. in Chimica e Tecnologie per l'Ambiente e i Materiali, curriculum Ambiente, Energia, Rifiuti

17. 12. 2008

1. Calcolare

   (a) $\displaystyle\sum_{k=2}^{n}(-\frac{1}{2})^k$, (b) $\displaystyle\sum_{k=1}^{100}(-\frac{1}{2})^k$.

2. Dati i tre punti $A = (0, -1, 2)$, $B = (-3, 2, 1)$ e $C = (4, 0, 2)$, calcolare

   (a) il prodotto vettoriale $\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}$;

   (b) l'area del triangolo di vertici A, B, C;

   (c) l'equazione cartesiana del piano passante per i punti A, B, C.

   (d) la distanza dell'origine dal piano passante per i punti A, B, C.

3. Scrivere il numero complesso $3e^{2+i3} + 7e^{2-i3}$ nella forma $a + ib$. (Non occorre calcolare numericamente a e b, il risultato può contenere espressioni come e^2, $\cos(3)$ ecc.)

4. Trovare le derivate di

   (a) $U(t) = (pt+q)^5$, (b) $y = e^{-x} \cdot \cos x$, (c) $T(u) = au - \dfrac{b}{u^2}$, (d) $y = \log_{10} x^2$.

5. Calcolare (a) $\displaystyle\int \frac{3t^3+1}{t}\,dt$, (b) $\displaystyle\int x \log_{10} x\,dx$, (c) $\displaystyle\int \cos(4x+\pi)\,dx$.

6. Data la funzione $f(x) = 1 + \dfrac{x}{3} + \dfrac{3}{x}$, $x \neq 0$,

   (a) trovare i minimi e i massimi relativi e assoluti;

   (b) determinare gli asintoti;

   (c) disegnare il grafico;

   (d) calcolare l'equazione della retta tangente al grafico nel punto $(6, \frac{7}{2})$;

   (e) calcolare il polinomio di Taylor di grado 2 e di punto iniziale 3;

   (f) facoltativo: calcolare l'area della regione limitata dal grafico, dall'asse x e dalle rette di equazioni $x = -e$ e $x = -1$.

7. Si ricordi che il pH di una soluzione acquosa è stato definito da Sørensen come $p\mathrm{H} = -\log_{10}[\mathrm{H_3O^+}]$, dove $[\mathrm{H_3O^+}]$ indica la concentrazione (in mol/l $= M$) di $\mathrm{H_3O^+}$.

   (a) Calcolare il pH di una soluzione $3,0 \cdot 10^{-3} M$ di HCl.

   (b) Il pH di una soluzione è $9,67$. Calcolare la concentrazione di $[\mathrm{H_3O^+}]$.

   (c) Qual è l'errore (relativo) percentuale che risulta su $[\mathrm{H_3O^+}]$, se il pH può essere misurato con una accuratezza di $\pm 0,01$?
   (Suggerimento: Si usi $\ln 10 \approx 2,3$ e il differenziale.)