

1. Calcolare

$$(a) \sum_{k=1}^{\infty} \left(-\frac{1}{7}\right)^k, \quad (b) \sum_{k=0}^7 (-2)^k.$$

2. Dati i tre punti  $A = (2, 0, 0)$ ,  $B = (0, 2, 0)$  e  $C = (0, 0, 2)$ , calcolare

- (a) il prodotto vettoriale  $\vec{AB} \times \vec{AC}$ ;
- (b) l'area del triangolo di vertici  $A, B, C$ ;
- (c) l'equazione cartesiana del piano passante per i punti  $A, B, C$ .
- (d) la distanza dell'origine dal piano passante per i punti  $A, B, C$ .

3. Un piano cartesiano viene ruotato intorno all'origine in senso antiorario di un angolo di  $30^\circ$ . Si usi la moltiplicazione di numeri complessi per calcolare le nuove coordinate del punto  $(1, 1)$ .

4. Trovare le derivate di

$$(a) U(t) = pt^{\frac{2}{3}} - qt^{-1}, \quad (b) y = \sqrt{x} \cdot \sin x, \quad (c) R(s) = \frac{1}{as + b}, \quad (d) y = \log_{10} \frac{1}{x}.$$

5. Calcolare gli integrali: (a)  $\int \frac{p - qt^2}{t} dt$ , (b)  $\int \frac{1}{\sqrt{5x+1}} dx$ , (c)  $\int xe^{-x} dx$ .

6. Data la funzione  $f(x) = \frac{1}{x+1} - 2$ ,  $x \neq -1$ ,

- (a) stabilire se la funzione è monotona crescente o monotona decrescente;
- (b) determinare gli asintoti;
- (c) disegnare il grafico;
- (d) calcolare l'equazione della retta tangente al grafico nel punto  $(-2, -3)$ ;
- (e) calcolare il polinomio di Taylor di grado 2 e di punto iniziale  $-2$ .

7. Si ricordi che il  $pH$  di una soluzione acquosa è stato definito da Sørensen come  $pH = -\log_{10}[\text{H}_3\text{O}^+]$ , dove  $[\text{H}_3\text{O}^+]$  indica la concentrazione (in  $\text{mol/l} = M$ ) di  $\text{H}_3\text{O}^+$ .

- (a) Di quante unità di  $pH$  si riduce il  $pH$  se  $[\text{H}_3\text{O}^+]$  si centuplica?
- (b) Di quale percentuale cresce  $[\text{H}_3\text{O}^+]$  se il  $pH$  si riduce di  $0,01$  unità di  $pH$ ?

1. Calcolare

$$(a) \sum_{k=1}^{\infty} \left(-\frac{1}{5}\right)^k, \quad (b) \sum_{k=0}^9 (-2)^k.$$

2. Dati i tre punti  $A = (1, 0, 0)$ ,  $B = (0, 1, 0)$  e  $C = (0, 0, 1)$ , calcolare

- (a) il prodotto vettoriale  $\vec{AB} \times \vec{AC}$ ;
- (b) l'area del triangolo di vertici  $A, B, C$ ;
- (c) l'equazione cartesiana del piano passante per i punti  $A, B, C$ .
- (d) la distanza dell'origine dal piano passante per i punti  $A, B, C$ .

3. Un piano cartesiano viene ruotato intorno all'origine in senso orario di un angolo di  $60^\circ$ . Si usi la moltiplicazione di numeri complessi per calcolare le nuove coordinate del punto  $(1, 1)$ .

4. Trovare le derivate di

$$(a) U(t) = pt^{\frac{3}{4}} - qt^{-2}, \quad (b) y = \sqrt{x} \cdot \cos x, \quad (c) R(s) = \frac{1}{a - bs}, \quad (d) y = \log_{10} \sqrt{x}.$$

5. Calcolare gli integrali: (a)  $\int \frac{pt^2 + q}{t} dt$ , (b)  $\int \frac{1}{\sqrt{1 - 2x}} dx$ , (c)  $\int xe^{-x} dx$ .

6. Data la funzione  $f(x) = 3 + \frac{1}{x - 1}$ ,  $x \neq 1$ ,

- (a) stabilire se la funzione è monotona crescente o monotona decrescente;
- (b) determinare gli asintoti;
- (c) disegnare il grafico;
- (d) calcolare l'equazione della retta tangente al grafico nel punto  $(2, 4)$ ;
- (e) calcolare il polinomio di Taylor di grado 2 e di punto iniziale 2.

7. Si ricordi che il pH di una soluzione acquosa è stato definito da Sørensen come  $pH = -\log_{10}[\text{H}_3\text{O}^+]$ , dove  $[\text{H}_3\text{O}^+]$  indica la concentrazione (in mol/l =  $M$ ) di  $\text{H}_3\text{O}^+$ .

- (a) Di quante unità di pH si riduce il pH se  $[\text{H}_3\text{O}^+]$  si raddoppia?
- (b) Di quale percentuale cresce  $[\text{H}_3\text{O}^+]$  se il pH si riduce di 0,02 unità di pH?