C.d.L. in Chimica e Tecnologie per l'Ambiente e per i Materiali, curriculum Ambiente, Energia, Rifiuti

11. 11. 2009

1. In fig. 1 sono riportati i grafici di due funzioni reali di cui una è la derivata dell'altra. È f (curva tratteggiata) la derivata o g (curva continua)?

   Disegnate il grafico della derivata della funzione il cui grafico è riportato in fig. 2. In quale punto la funzione non è derivabile?

Figura 1

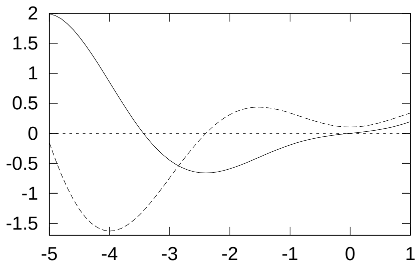
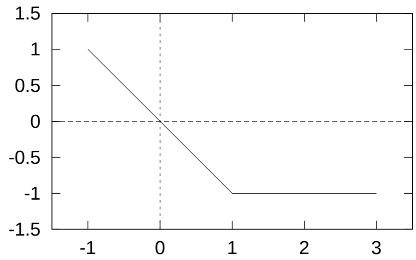


Figura 2



2. Per le funzioni (a) e (b), trovate l'equazione della retta tangente al loro grafico nel punto di intersezione del grafico con l'asse y.

   (a) $f(x) = (x-1)^2, \quad x \in \mathbf{R}$; (b) $f(x) = 3 + \dfrac{1}{x-1}, \quad x \in \mathbf{R} \setminus \{1\}$;

3. Usare il differenziale della funzione $f(x) = \dfrac{1}{x}$ per calcolare approssimativamente $1,002^{-1}$ e $0,997^{-1}$.

4. Mediante il differenziale calcolare approssimativamente la quantità $\sqrt{10001}$.

5. Si ricordi che il pH di una soluzione acquosa è stato definito da Sørensen come $p\mathrm{H} = -\log_{10}[\mathrm{H}^+]$, dove $[\mathrm{H}^+]$ indica la concentrazione (in mol/dm^3) di H^+. Ponendo $y := p\mathrm{H}$ e $x := [\mathrm{H}^+]$, si ha la funzione $y = f(x) = -\log_{10} x$.

   (a) Si trovi la derivata di $y = f(x) = -\log_{10} x$.

   (b) Se il pH è stato determinato con una accuratezza di un decimo di pH, con quale errore (relativo) percentuale si conosce $[\mathrm{H}^+]$? (Si usi il differenziale della funzione $y = f(x) = -\log_{10} x$ e il valore $\log_{10} e \approx 0,4$.)

6. Trovare le derivate di

   (a) $v(t) = t^{-1} + \sqrt{t}$, (b) $y = \cos(x^3+1)$, (c) $y = \dfrac{x}{x-2}$, (d) $y = x \cdot \ln x$.

7. Calcolare le derivate delle seguenti funzioni:

   (a) $v(t) = at + \dfrac{b}{t} + c$, (b) $y = 3\cos x - 2\,\mathrm{sen}\,x$, (c) $y = \dfrac{x}{x-3}$,

   (d) $z(t) = (1-t)\cos t$, (e) $f(y) = a\sqrt{y} \cdot \mathrm{sen}\,y$, (f) $Q(\alpha) = \dfrac{1-\mathrm{sen}\,\alpha}{1+\cos\alpha}$,

   (g) $h(\phi) = \dfrac{\mathrm{sen}\,2\phi}{\cos 3\phi}$, (h) $f(x) = \cos(e^{3x})$, (i) $f(x) = \cos(4x^2 - x + 1)$.

8. Si studi la continuità e la derivabilità delle seguenti funzioni:

   (a) $f(x) = |x| \cdot \cos x, \quad x \in \mathbf{R}$,

   (b) $f(x) = |x| \cdot (\cos x - 1), \quad x \in \mathbf{R}$.