C.d.L. in Chimica e Tecnologie per l'Ambiente e per i Materiali, curriculum Ambiente, Energia, Rifiuti

27. 10. 2010

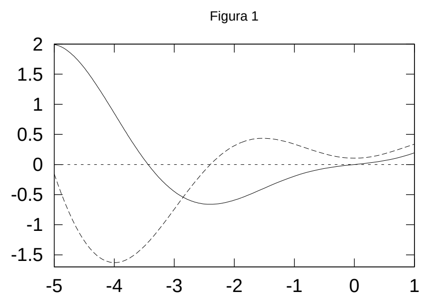
1. Calcolare le derivate delle seguenti funzioni:

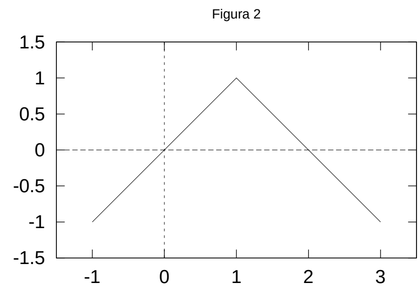
   (a) $U(t) = qt^{-2}$, (b) $y = x \cdot \cos x$, (c) $R(s) = \sqrt{\log_{10} s}$, (d) $R(s) = \dfrac{1}{a - bs}$

   (e) $y = \dfrac{x+1}{x-2}$, (f) $y = x \cdot \log_{10} x$, (g) $v(t) = (3t-1)^{-2}$, (h) $f(x) = \sqrt{(\ln x)^2}$.

   Dire se la funzione di (h) è derivabile anche nel punto $x = 1$ (motivare la risposta) e, in caso affermativo, calcolare $f'(1)$.

2. In fig. 1 sono riportati i grafici di due funzioni di cui una è la derivata dell'altra. È f (curva tratteggiata) la derivata o g (curva continua)?





3. Sia f la funzione f il cui grafico è rappresentato in fig. 2.

   (a) La funzione f è derivabile?

   (b) Trovate un'espressione analitica per la f.

4. (Si veda l'esercizio 9 del 06. 10. 2009.) Calcolare le derivate sia delle funzione che delle funzioni inverse.

   (a) $f\colon \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(x) = \dfrac{2}{1+e^{-3x}}$, (b) $f\colon \mathbf{R} \setminus \{2\} \to \mathbf{R} \setminus \{3\}$, $f(x) = \dfrac{3x+5}{x-2}$,

   (c) $f\colon \{x \in \mathbf{R} \mid x > -1\} \to \mathbf{R}$, $f(x) = \ln(1+x)$.

5. Le funzioni *seno iperbolico* e *coseno iperbolico* sono definite come

   $$\sinh x := \frac{1}{2}(e^x - e^{-x}) \qquad \text{e} \qquad \cosh x := \frac{1}{2}(e^x + e^{-x})$$

   rispettivamente.

   (a) Calcolare $\cosh^2 x - \sinh^2 x$.

   (b) Calcolare le derivate delle funzioni $\sinh x$ e $\cosh x$.

6. Usare il differenziale della funzione $f(x) = \dfrac{1}{x}$ per calcolare approssimativamente $1,002^{-1}$ e $0,997^{-1}$ e confrontare i risultati con i valori precisi.

7. Se il pH è stato determinato con una accuratezza di un centesimo di pH, con quale errore (relativo) percentuale si conosce $[\mathrm{H}^+]$? (Si usi il differenziale della funzione $y = f(x) = -\log_{10} x$ e il valore $\log_{10} e \approx 0,4$.)