C.d.L. in Chimica e per l'Ambiente e per i Materiali, curriculum Ambiente, Energia, Rifiuti
Prova del 14/01/2011

Cognome: ______________________

Nome: ______________________

Matricola: ______________________

Scrivere le soluzioni nei riquadri.

1. In una reazione chimica $\mathrm{A} + \mathrm{B} \longrightarrow \mathrm{C}$ del secondo ordine le concentrazioni (molari) iniziali di A, B e C siano $[\mathrm{A}]_0$, $[\mathrm{B}]_0$ e 0 rispettivamente. Allora la concentrazione $x = x(t)$ di C al tempo t è soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = k([\mathrm{A}]_0 - x) \cdot ([\mathrm{B}]_0 - x) \\ x(0) = 0\,, \end{cases}$$

dove k (in $\mathrm{s}^{-1}\mathrm{M}^{-1}$) è una costante positiva. Si calcolino la soluzione $x(t)$ del problema di Cauchy e il limite di $x(t)$ per $t \to \infty$ nei seguenti casi:

(a) $[\mathrm{A}]_0 = [\mathrm{B}]_0 = 1$,

$x(t) =$
$\lim\limits_{t\to+\infty} x(t) =$

(b) $[\mathrm{A}]_0 = 2$, $[\mathrm{B}]_0 = 4$.

$x(t) =$
$\lim\limits_{t\to+\infty} x(t) =$

2. Calcolare la soluzione $y = y(x)$ dei seguenti problemi di Cauchy:

(a) $$\begin{cases} y'' + y' - 6y = 0 \\ y(0) = 2 \\ y'(0) = -1\,. \end{cases}$$

(b) $$\begin{cases} y'' + 2y' + 17y = 0 \\ y(0) = 1 \\ y'(0) = 7\,. \end{cases}$$

$y(x) =$	$y(x) =$

(continua)

3. Data la funzione

$$z = f(x,y) = 7x^3 - 4x^2y + xy^2 - 9x, \quad (x,y) \in \mathbf{R}^2,$$

calcolare:

(a) il gradiente di f nell'origine;

(b) la derivata direzionale di f nell'origine in direzione verso il punto $(3,4)$;

(c) l'equazione del piano tangente al grafico di f nel punto $(0,0,0)$;

(d) i punti stazionari di f e classificarli.

Facoltativo:

(e) Dire se la funzione possiede un minimo assoluto e motivare la risposta.

C.d.L. in Chimica e per l'Ambiente e per i Materiali, curriculum Ambiente, Energia, Rifiuti
Prova del 14/01/2011

Cognome: ____________________

Nome: ____________________

Matricola: ____________________

Scrivere le soluzioni nei riquadri.

1. In una reazione chimica A + B $\longrightarrow$ C del secondo ordine le concentrazioni (molari) iniziali di A, B e C siano $[\mathrm{A}]_0$, $[\mathrm{B}]_0$ e 0 rispettivamente. Allora la concentrazione $x = x(t)$ di C al tempo t è soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = k([\mathrm{A}]_0 - x) \cdot ([\mathrm{B}]_0 - x) \\ x(0) = 0\,, \end{cases}$$

dove k (in $\mathrm{s}^{-1}\mathrm{M}^{-1}$) è una costante positiva. Si calcolino la soluzione $x(t)$ del problema di Cauchy e il limite di $x(t)$ per $t \to \infty$ nei seguenti casi:

(a) $[\mathrm{A}]_0 = [\mathrm{B}]_0 = 2$,

$x(t) =$
$\lim_{t\to+\infty} x(t) =$

(b) $[\mathrm{A}]_0 = 1$, $[\mathrm{B}]_0 = 3$.

$x(t) =$
$\lim_{t\to+\infty} x(t) =$

2. Calcolare la soluzione $y = y(x)$ dei seguenti problemi di Cauchy:

(a) $$\begin{cases} y'' + 3y' - 28y = 0 \\ y(0) = 2 \\ y'(0) = -3\,. \end{cases}$$

(b) $$\begin{cases} y'' + 4y' + 29y = 0 \\ y(0) = 1 \\ y'(0) = 3\,. \end{cases}$$

$y(x) =$	$y(x) =$

(continua)

3. Data la funzione

$$z = f(x,y) = 7x^3 + 4x^2y + xy^2 - 9x, \quad (x,y) \in \mathbf{R}^2,$$

calcolare:

(a) il gradiente di f nell'origine;

(b) la derivata direzionale di f nell'origine in direzione verso il punto $(4,3)$;

(c) l'equazione del piano tangente al grafico di f nel punto $(0,0,0)$;

(d) i punti stazionari di f e classificarli.

Facoltativo:

(e) Dire se la funzione possiede un minimo assoluto e motivare la risposta.

C.d.L. in Chimica e per l'Ambiente e per i Materiali, curriculum Ambiente, Energia, Rifiuti
Prova del 14/01/2011

Cognome: ______________________

Nome: ______________________

Matricola: ______________________

Scrivere le soluzioni nei riquadri.

1. In una reazione chimica $A + B \longrightarrow C$ del secondo ordine le concentrazioni (molari) iniziali di A, B e C siano $[A]_0$, $[B]_0$ e 0 rispettivamente. Allora la concentrazione $x = x(t)$ di C al tempo t è soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = k([A]_0 - x) \cdot ([B]_0 - x) \\ x(0) = 0\,, \end{cases}$$

dove k (in $s^{-1}M^{-1}$) è una costante positiva. Si calcolino la soluzione $x(t)$ del problema di Cauchy e il limite di $x(t)$ per $t \to \infty$ nei seguenti casi:

(a) $[A]_0 = [B]_0 = 3$,

$x(t) =$
$\lim_{t \to +\infty} x(t) =$

(b) $[A]_0 = 2$, $[B]_0 = 3$.

$x(t) =$
$\lim_{t \to +\infty} x(t) =$

2. Calcolare la soluzione $y = y(x)$ dei seguenti problemi di Cauchy:

(a) $$\begin{cases} y'' - 4y' - 5y = 0 \\ y(0) = 2 \\ y'(0) = 4\,. \end{cases}$$

(b) $$\begin{cases} y'' + 6y' + 10y = 0 \\ y(0) = 1 \\ y'(0) = 1\,. \end{cases}$$

$y(x) =$	$y(x) =$

(continua)

3. Data la funzione

$$z = f(x, y) = x^2y - 6xy^2 + 12y^3 - 9y, \quad (x, y) \in \mathbf{R}^2,$$

calcolare:

(a) il gradiente di f nell'origine;

(b) la derivata direzionale di f nell'origine in direzione verso il punto $(-3, -4)$;

(c) l'equazione del piano tangente al grafico di f nel punto $(0, 0, 0)$;

(d) i punti stazionari di f e classificarli.

Facoltativo:

(e) Dire se la funzione possiede un massimo assoluto e motivare la risposta.

C.d.L. in Chimica e per l'Ambiente e per i Materiali, curriculum Ambiente, Energia, Rifiuti
Prova del 14/01/2011

Cognome: ______________________________

Nome: ______________________________

Matricola: ______________________________

Scrivere le soluzioni nei riquadri.

1. In una reazione chimica A + B $\longrightarrow$ C del secondo ordine le concentrazioni (molari) iniziali di A, B e C siano $[\mathrm{A}]_0$, $[\mathrm{B}]_0$ e 0 rispettivamente. Allora la concentrazione $x = x(t)$ di C al tempo t è soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = k([\mathrm{A}]_0 - x) \cdot ([\mathrm{B}]_0 - x) \\ x(0) = 0\,, \end{cases}$$

dove k (in $\mathrm{s}^{-1}\mathrm{M}^{-1}$) è una costante positiva. Si calcolino la soluzione $x(t)$ del problema di Cauchy e il limite di $x(t)$ per $t \to \infty$ nei seguenti casi:

(a) $[\mathrm{A}]_0 = [\mathrm{B}]_0 = 4$,

$x(t) =$
$\lim\limits_{t\to+\infty} x(t) =$

(b) $[\mathrm{A}]_0 = 1$, $[\mathrm{B}]_0 = 2$.

$x(t) =$
$\lim\limits_{t\to+\infty} x(t) =$

2. Calcolare la soluzione $y = y(x)$ dei seguenti problemi di Cauchy:

(a) $$\begin{cases} y'' - 5y' - 14y = 0 \\ y(0) = 2 \\ y'(0) = 5\,. \end{cases}$$

(b) $$\begin{cases} y'' + 8y' + 25y = 0 \\ y(0) = 1 \\ y'(0) = 5\,. \end{cases}$$

$y(x) =$	$y(x) =$

(continua)

3. Data la funzione

$$z = f(x, y) = x^2y + 6xy^2 + 12y^3 - 9y, \quad (x, y) \in \mathbf{R}^2,$$

calcolare:

(a) il gradiente di f nell'origine;

(b) la derivata direzionale di f nell'origine in direzione verso il punto $(-4, -3)$;

(c) l'equazione del piano tangente al grafico di f nel punto $(0, 0, 0)$;

(d) i punti stazionari di f e classificarli.

Facoltativo:

(e) Dire se la funzione possiede un massimo assoluto e motivare la risposta.