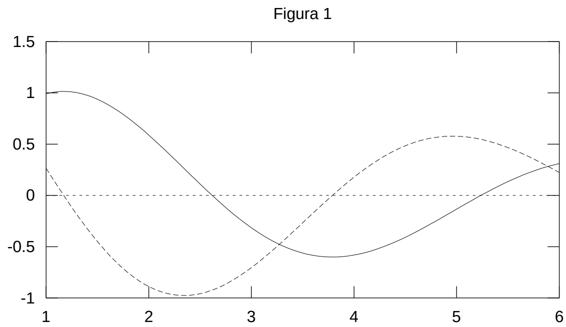
C.d.L. in Chimica e Tecnologie per l'Ambiente e i Materiali, curriculum Ambiente, Energia, Rifiuti 25. 1. 2011

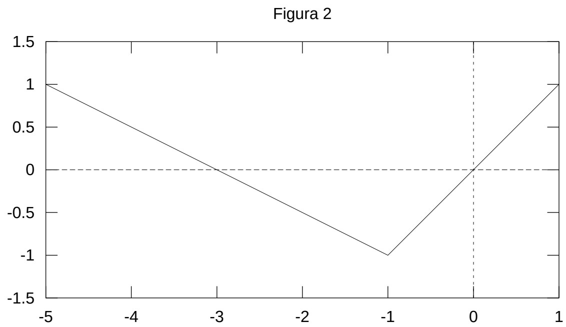
1. Calcolare le tre radici cubiche del numero complesso $27i$.

2. Scrivere il polinomio di Taylor con punto iniziale $x_0 = e$ di ordine 2 per $f(x) = x^2 \ln x$.

3. Calcolare: (a) $f'(x)$, essendo $f(x) = e^x \operatorname{sen} x$; (b) $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^x(\operatorname{sen} x + \cos x)\, dx$.

4. In fig. 1 sono riportati i grafici di due funzioni di cui una è la derivata dell'altra. È f (curva tratteggiata) la derivata o g (curva continua)?





5. Calcolare l'integrale curvilineo
$$\int_C (x-y)\,dx + (x+y)\,dy$$
esteso al percorso C indicato in fig. 2 (segmenti rettilinei dal punto $(-5, 1)$ al punto $(-1, -1)$ e dal punto $(-1, -1)$ al punto $(1, 1)$).

6. Sia $y = \displaystyle\int_0^{\pi} \frac{\operatorname{sen} x}{3 + \cos x}\, dx$. Allora e^y è un intero, di cui si chiede il valore.

7. Calcolare l'integrale doppio
$$\iint_A \frac{1}{x}\, dx\, dy, \quad A = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 \mid x^2 + y^2 - 4x \le 0,\ x \ge 2\}\,.$$
È consigliabile applicare il cambiamento di variabili $x = \rho \cos\theta,\ y = \rho \operatorname{sen}\theta$.

8. Calcolare la soluzione $y = y(x)$ del seguente problema di Cauchy: $\begin{cases} y' = y(y-2) \\ y(0) = 1\,. \end{cases}$

9. Data la funzione $f(x, y) = (2x - y)^2, \quad (x, y) \in \mathbf{R}^2$,

   (a) disegnare le curve di livello per le quote 0 e 1;

   (b) calcolare il gradiente nel punto $(1, 1)$;

   (c) calcolare la derivata direzionale nel punto $(1, 1)$ in direzione dell'asse delle y negative;

   (d) dire quali sono i punti di minimo di f.