C.d.L. in Chimica e Tecnologie per l'Ambiente e per i Materiali, curriculum Ambiente, Energia, Rifiuti 17. 02. 2011

1. Dato il numero complesso $z = \sqrt{3} + i$, calcolare:
   (a) $|z|$ e $\arg(z)$;
   (b) la parte reale e la parte immaginaria di z^{-1}.

2. Data la funzione $f(x) = \operatorname{sen} x \cdot \cos x$, $x \in \mathbf{R}$,
   (a) dire se f è pari/dispari/né pari né dispari;
   (b) dire quanto vale $\displaystyle\int_{-1}^{1} f(x)\,dx$ e quanto vale $\displaystyle\int_{-1}^{1} (f(x)+5)\,dx$;
   (c) disegnare il grafico di f nell'intervallo $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$;
   (d) scrivere il polinomio di Taylor $T_2(x)$ della funzione f con punto iniziale $x_0 = \frac{\pi}{4}$ di ordine 2;
   (e) calcolare gli zeri di $T_2(x)$.

3. Calcolare la soluzione $y = y(x)$ del seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = e^y \ln x \\ y(1) = 0\,. \end{cases}$$

4. Data la funzione $f(x,y) = 3x - 6y + 3y^2 - \ln x$, $\quad (x,y) \in \mathbf{R}^2, x > 0$, calcolare
   (a) il gradiente nel punto $(1,1)$;
   (b) la derivata direzionale nel punto $(1,1)$ in direzione dell'asse delle x negative;
   (c) l'equazione del piano tangente al grafico di f nel punto $(1,1,0)$;
   (d) i punti stazionari di f e classificarli.

5. Calcolare l'integrale doppio

$$\iint_A \frac{1}{\sqrt{x^2+y^2}}\,dx\,dy,$$

   dove A è la corona circolare limitata dalle curve $x^2 + y^2 = 4$ e $x^2 + y^2 = 25$.

Per gli studenti che non hanno frequentato il corso nell'A.A. 2010/2011:

5. Calcolare l'integrale

$$\int_{1}^{\frac{4}{3}} \frac{1}{(3x-5)^2}\,dx$$

   (si consiglia la sostituzione $t = 3x - 5$).