

1. Calcolate

(a)  $\frac{3 \cdot 10^{-5} \cdot 10^2}{8 \cdot 10^{13} \cdot 10^{-7}}$ ;      (b)  $\sum_{k=0}^{10} \frac{1}{2^k}$ ;      (c)  $\sum_{k=1}^{10} \frac{1}{2^k}$ ;      (d)  $\log_{\frac{1}{3}} 27$ .

(e) È razionale il numero  $\sqrt[3]{27^{-1} \cdot 10^{36} \cdot 10^{-12}}$ ?

In caso affermativo scrivetelo come quoziente di numeri interi.

2. Secondo lo standard IEEE 754 il numero  $x = \frac{1}{3}$  viene rappresentato come numero in virgola mobile a precisione doppia mediante il numero  $fl(x) = \sum_{k=1}^{27} \frac{1}{4^k}$ .

Calcolate l'errore assoluto  $fl(x) - x$  e l'errore percentuale della rappresentazione. Qual è la somma della serie  $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{4^k}$ ?

3. Il pH di una soluzione è stato definito da Sørensen come  $pH = -\log_{10}[H^+]$ , dove  $[H^+]$  indica la concentrazione (in mol/l) di  $H^+$ .

(a) Una soluzione abbia un pH di 11. Per quale pH la concentrazione di  $H^+$  risulterebbe cento volte maggiore?

(b) Sia  $[H^+] = 3.3 \times 10^{-5}$  mol/l. Utilizzando che  $\log_{10} 33 = 1.5$ , trovare il pH.

4. Scrivere in forma algebrica ( $z = a + ib, a, b \in \mathbf{R}$ ) i seguenti numeri complessi:

(a)  $(3 - 2i)(4 + 5i)$ ,      (b)  $\frac{1+i}{1-i}$ ,      (c)  $\frac{1}{(3+2i)^2}$ ,      (d)  $\frac{(\sqrt{3} + i\sqrt{2})^3}{\sqrt{2} - i\sqrt{3}}$ .

Calcolare il valore assoluto (o modulo) dei numeri di sopra.

5. Quali dei seguenti numeri complessi si possono ottenere da  $z = x + iy$  geometricamente? Si faccia un disegno.

(a)  $\bar{z} := x - iy$  (complesso coniugato),      (b)  $\overline{-z}$ ,      (c)  $-z$ ,      (d)  $\frac{1}{z}$ .

6. Disegnare nel piano complesso il luogo dei punti  $z$  tali che:

(a)  $|z| = 2$ ,      (b)  $|z| < 2$ ,      (c)  $|z| > 2$ ,      (d)  $|z - 1| = 2$ ,      (e)  $|z + 1| = 1$ ,

(f)  $|z + 1| = |z - 1|$ ,      (g)  $|z + i| = |z - 1|$ ,      (h)  $\operatorname{Re}(z^2) > 2$ ,      (i)  $\operatorname{Im}\left(\frac{1}{z}\right) = -1$ .

(Si ricordi che  $|z_1 - z_2|$  è la distanza tra  $z_1$  e  $z_2$ .)

7. Nella molecola  $H_2O$  l'angolo di legame H-O-H è  $104^\circ 27'$  e la distanza O-H misura  $0,957 \cdot 10^{-10}$  m. Calcolare la distanza tra gli atomi d'idrogeno (con quattro cifre, poi arrotondata a tre cifre significative).

8. In un sistema di riferimento cartesiano nel piano il punto  $P$  abbia le coordinate  $(-1, -\sqrt{3})$ . Sia  $Q$  il punto che si ottiene ruotando  $P$  in senso orario attorno l'origine  $O$  di un angolo di  $60^\circ$ . Calcolare

(a) le coordinate polari dei punto  $P$  e  $Q$ ;

(b) le coordinate cartesiane del punto  $Q$ ;

(c) la distanza tra i punti  $P$  e  $Q$ .