

1. Calcolate

(a) $\frac{3 \cdot 10^{-5} \cdot 10^2}{8 \cdot 10^{13} \cdot 10^{-7}}$; (b) $\sum_{k=0}^{10} \frac{1}{2^k}$; (c) $\sum_{k=1}^{10} \frac{1}{2^k}$; (d) $\log_{\frac{1}{3}} 27$.

(e) È razionale il numero $\sqrt[3]{27^{-1} \cdot 10^{36} \cdot 10^{-12}}$?

In caso affermativo scrivetelo come quoziente di numeri interi.

2. Secondo lo standard IEEE 754 il numero $x = \frac{1}{3}$ viene rappresentato come numero in virgola mobile a precisione doppia mediante il numero $fl(x) = \sum_{k=1}^{27} \frac{1}{4^k}$.

Calcolate l'errore assoluto $fl(x) - x$ e l'errore percentuale della rappresentazione. Qual è la somma della serie $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{4^k}$?

3. Il pH di una soluzione è stato definito da Sørensen come $pH = -\log_{10}[H^+]$, dove $[H^+]$ indica la concentrazione (in mol/l) di H^+ .

(a) Una soluzione abbia un pH di 11. Per quale pH la concentrazione di H^+ risulterebbe cento volte maggiore?

(b) Sia $[H^+] = 3.3 \times 10^{-5}$ mol/l. Utilizzando che $\log_{10} 33 = 1.5$, trovare il pH.

4. Scrivere in forma algebrica ($z = a + ib, a, b \in \mathbf{R}$) i seguenti numeri complessi:

(a) $(3 - 2i)(4 + 5i)$, (b) $\frac{1+i}{1-i}$, (c) $\frac{1}{(3+2i)^2}$, (d) $\frac{(\sqrt{3} + i\sqrt{2})^3}{\sqrt{2} - i\sqrt{3}}$.

Calcolare il valore assoluto (o modulo) dei numeri di sopra.

5. Quali dei seguenti numeri complessi si possono ottenere da $z = x + iy$ geometricamente? Si faccia un disegno.

(a) $\bar{z} := x - iy$ (complesso coniugato), (b) $\overline{(-z)}$, (c) $-z$, (d) $\frac{1}{z}$.

6. Disegnare nel piano complesso il luogo dei punti z tali che:

(a) $|z| = 2$, (b) $|z| < 2$, (c) $|z| > 2$, (d) $|z - 1| = 2$, (e) $|z + 1| = 1$,

(f) $|z + 1| = |z - 1|$, (g) $|z + i| = |z - 1|$, (h) $\operatorname{Re}(z^2) > 2$, (i) $\operatorname{Im}\left(\frac{1}{z}\right) = -1$.

(Si ricordi che $|z_1 - z_2|$ è la distanza tra z_1 e z_2 .)

7. Nella molecola H_2O l'angolo di legame H-O-H è $104^\circ 27'$ e la distanza O-H misura $0,957 \cdot 10^{-10}$ m. Calcolare la distanza tra gli atomi d'idrogeno (con quattro cifre, poi arrotondata a tre cifre significative).

8. In un sistema di riferimento cartesiano nel piano il punto P abbia le coordinate $(-1, -\sqrt{3})$. Sia Q il punto che si ottiene ruotando P in senso orario attorno l'origine O di un angolo di 60° . Calcolare

(a) le coordinate polari dei punto P e Q ;

(b) le coordinate cartesiane del punto Q ;

(c) la distanza tra i punti P e Q .