C.d.L. in Chimica e Tecnologie per l'Ambiente e per i Materiali, curriculum Ambiente, Energia, Rifiuti 22. 12. 2011

1. Si consideri la superficie di equazione $z - 3 = +\sqrt{6 - (x-1)^2 - (y-2)^2}$.
   (a) Si dimostri che si tratta di una porzione di sfera, e se ne trovino centro e raggio.
   (b) Si trovi l'equazione del piano tangente alla sfera nel punto $(2, 3, 5)$.
2. Il diametro di un cilindro circolare retto misura $6,0 \pm 0,1$ cm mentre la sua altezza misura $4,0 \pm 0,1$ cm. Qual è (a) il massimo errore possibile e (b) il massimo errore percentuale che si commette nel calcolo del volume? (Si usi il differenziale totale per approssimare l'errore sul volume.)
3. Data la funzione $f(x, y) = x^2, \quad (x, y) \in \mathbf{R}^2$,
   (a) disegnare le curve di livello per le quote 0 e 1;
   (b) calcolare la derivata direzionale nel punto $(1, 0)$ in direzione verso il punto $(4, 4)$;
   (c) trovare le (quattro) derivate direzionali in direzione degli assi x, y, orientandoli con i due versi possibili;
   (d) disegnare o descrivere il grafico di f.
4. Calcolare le (due) derivate direzionali della funzione
   $$z = f(x, y) = (x + 2y - 2)^2 + 3(y - 2x)^2$$
   nel punto $P(3, 6)$ secondo la direzione della retta di equazione $2x - y = 0$.
5. Si consideri la funzione $f(x, y) = 3x - 4y + 26,\ (x, y) \in \mathbf{R}^2$.
   (a) Qual è la direzione orientata in cui il tasso di accrescimento di f è massimo?
   (b) Qual è il tasso di accrescimento di f, ossia la velocità istantanea di variazione di f riferita all'unità di lunghezza, in questa direzione?
6. Determinare e classificare i quattro punti stazionari della funzione
   $$f(x, y) = 3x^2y + 3xy^2 + y^3 - 9y, \quad (x, y) \in \mathbf{R}^2.$$
7. Data la funzione
   $$f(x, y) = x^3 - e^{-y^2} - 12x,\ (x, y) \in \mathbf{R}^2,$$
   calcolare il polinomio di Taylor di grado 2 centrato nel punto $(-2, 0)$ e specificare la natura del punto (massimo locale, minimo locale o punto di sella?).
   REDUCE: `f:=x^3 - exp(-y^2) - 12*x; taylor(f,x,-2,2,y,0,2);`
8. Dati i punti di coordinate $(1, 3)$, $(2, -6)$ e $(3, 2)$, trovare l'equazione della retta di regressione e l'equazione della parabola passante per i tre punti.
   Verificare i risultati con la funzione `polyfit` di Octave.