

**C.d.L. in Chimica e per l'Ambiente e per i Materiali, curriculum
Ambiente, Energia, Rifiuti
Prova del 20/01/2012**

Cognome: _____

Nome: _____

Matricola: _____

Scrivere le soluzioni nei riquadri. Si noti il legame tra gli esercizi 1 e 6.

1. Data la matrice $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$, calcolare

(a) gli autovalori λ_1, λ_2 di \mathbf{A} : $\lambda_1 =$, $\lambda_2 =$

(b) autovettori normalizzati $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2$ di \mathbf{A} relativi a λ_1, λ_2 rispettivamente:

$\mathbf{x}_1^T =$, $\mathbf{x}_2^T =$

(c) Siano \mathbf{X} e \mathbf{D} le matrici calcolate con MATLAB/Octave nel modo seguente:
`>> [X, D] = eig(A)`

Esprimere \mathbf{A} in funzione di \mathbf{X} e \mathbf{D} : $\mathbf{A} =$.

2. Data la funzione $f(x) = \frac{2}{1 + 3e^{-2x}}$, $x \in \mathbf{R}$,

(a) calcolare $f'(x) =$,

(b) dire se f è monotona crescente o monotona decrescente ,

(c) completare il seguente codice Octave per plottare il grafico di f nell'intervallo $[-3, 4]$:

```
>> f = inline(                                     );
```

```
>> x =
```

```
>> y =
```

```
>> plot(x,y)
```

(continua)

3. Si calcoli $\int_0^\pi \frac{\sin x}{3 + \cos x} dx =$,

lo stesso integrale con la formula di Simpson semplice:

e l'errore percentuale commesso: %.

4. Si calcoli $\iint_A y \sin(xy) dx dy =$
 essendo $A = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 \mid 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq \frac{\pi}{2}\}$.

5. Calcolare la soluzione $y = y(x)$ dei seguenti problemi di Cauchy:

(a) $\begin{cases} y' = 2y - y^2 \\ y(0) = \frac{1}{2}, \end{cases}$ (b) $\begin{cases} y' = 2y - y^2 \\ y(0) = -1. \end{cases}$

$y(x) =$ $y(x) =$

6. Data la funzione

$$z = f(x, y) = x^2 + 4xy + y^2 + 6x, \quad (x, y) \in \mathbf{R}^2,$$

calcolare:

(a) il gradiente $\nabla f(x, y) =$

(b) la matrice hessiana $Hf(x, y) =$

(c) la derivata direzionale di f nel punto $(1, 1)$ rispetto al versore della retta di equazione $y = 3x$ orientato nel verso delle x crescenti:

(d) l'equazione del piano tangente al grafico di f nel punto $(0, 0, 0)$;

(e) il punto stazionario di f e dire se si tratta di un punto di minimo locale, massimo locale o sella:

**C.d.L. in Chimica e per l'Ambiente e per i Materiali, curriculum
Ambiente, Energia, Rifiuti
Prova del 20/01/2012**

Cognome: _____

Nome: _____

Matricola: _____

Scrivere le soluzioni nei riquadri. Si noti il legame tra gli esercizi 1 e 6.

1. Data la matrice $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$, calcolare

(a) gli autovalori λ_1, λ_2 di \mathbf{A} : $\lambda_1 =$, $\lambda_2 =$

(b) autovettori normalizzati $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2$ di \mathbf{A} relativi a λ_1, λ_2 rispettivamente:

$\mathbf{x}_1^T =$, $\mathbf{x}_2^T =$

(c) Siano \mathbf{X} e \mathbf{D} le matrici calcolate con MATLAB/Octave nel modo seguente:
`>> [X, D] = eig(A)`

Esprimere \mathbf{A} in funzione di \mathbf{X} e \mathbf{D} : $\mathbf{A} =$.

2. Data la funzione $f(x) = \frac{3}{1 + 2e^{-3x}}$, $x \in \mathbf{R}$,

(a) calcolare $f'(x) =$,

(b) dire se f è monotona decrescente o monotona crescente ,

(c) completare il seguente codice Octave per plottare il grafico di f nell'intervallo $[-2, 2]$:

`>> f = inline(_____);`

`>> x =`

`>> y =`

`>> plot(x,y)`

(continua)

3. Si calcoli $\int_0^\pi \frac{\sin x}{2 + \cos x} dx =$,

lo stesso integrale con la formula di Simpson semplice:

e l'errore percentuale commesso: %.

4. Si calcoli $\iint_A y \cos(xy) dx dy =$
essendo $A = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 \mid 0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq \frac{\pi}{2}\}$.

5. Calcolare la soluzione $y = y(x)$ dei seguenti problemi di Cauchy:

(a) $\begin{cases} y' = 3y - y^2 \\ y(0) = 1, \end{cases}$ (b) $\begin{cases} y' = 3y - y^2 \\ y(0) = -1. \end{cases}$

$y(x) =$ $y(x) =$

6. Data la funzione

$$z = f(x, y) = x^2 + xy + y^2 - 3x, \quad (x, y) \in \mathbf{R}^2,$$

calcolare:

(a) il gradiente $\nabla f(x, y) =$

(b) la matrice hessiana $Hf(x, y) =$

(c) la derivata direzionale di f nel punto $(1, 1)$ rispetto al versore della retta di equazione $y = 3x$ orientato nel verso delle x crescenti:

(d) l'equazione del piano tangente al grafico di f nel punto $(0, 0, 0)$;

(e) il punto stazionario di f e dire se si tratta di un punto di minimo locale, massimo locale o sella:

3. Si calcoli $\int_{\frac{1}{2}\pi}^{\frac{3}{2}\pi} \frac{\cos x}{3 + \sin x} dx =$,

lo stesso integrale con la formula di Simpson semplice:

e l'errore percentuale commesso: %.

4. Si calcoli $\iint_A x \sin(xy) dx dy =$
 essendo $A = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 \mid 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq \frac{\pi}{2}\}$.

5. Calcolare la soluzione $y = y(x)$ dei seguenti problemi di Cauchy:

(a) $\begin{cases} y' = 4y - y^2 \\ y(0) = 1, \end{cases}$ (b) $\begin{cases} y' = 4y - y^2 \\ y(0) = -1. \end{cases}$

$y(x) =$ $y(x) =$

6. Data la funzione

$$z = f(x, y) = -2x^2 + xy - 2y^2 - 15y, \quad (x, y) \in \mathbf{R}^2,$$

calcolare:

(a) il gradiente $\nabla f(x, y) =$

(b) la matrice hessiana $Hf(x, y) =$

(c) la derivata direzionale di f nel punto $(1, 1)$ rispetto al versore della retta di equazione $y = 3x$ orientato nel verso delle x crescenti:

(d) l'equazione del piano tangente al grafico di f nel punto $(0, 0, 0)$;

(e) il punto stazionario di f e dire se si tratta di un punto di minimo locale, massimo locale o sella:

**C.d.L. in Chimica e per l'Ambiente e per i Materiali, curriculum
Ambiente, Energia, Rifiuti
Prova del 20/01/2012**

Cognome: _____

Nome: _____

Matricola: _____

Scrivere le soluzioni nei riquadri. Si noti il legame tra gli esercizi 1 e 6.

1. Data la matrice $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$, calcolare

(a) gli autovalori λ_1, λ_2 di \mathbf{A} : $\lambda_1 =$, $\lambda_2 =$

(b) autovettori normalizzati $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2$ di \mathbf{A} relativi a λ_1, λ_2 rispettivamente:

$\mathbf{x}_1^T =$, $\mathbf{x}_2^T =$

(c) Siano \mathbf{X} e \mathbf{D} le matrici calcolate con MATLAB/Octave nel modo seguente:
`>> [X, D] = eig(A)`

Esprimere \mathbf{A} in funzione di \mathbf{X} e \mathbf{D} : $\mathbf{A} =$.

2. Data la funzione $f(x) = \frac{5}{1 + 4e^{-5x}}$, $x \in \mathbf{R}$,

(a) calcolare $f'(x) =$,

(b) dire se f è monotona decrescente o monotona crescente ,

(c) completare il seguente codice Octave per plottare il grafico di f nell'intervallo $[-1, 2]$:

`>> f = inline(_____);`

`>> x =`

`>> y =`

`>> plot(x,y)`

(continua)

3. Si calcoli $\int_{\frac{1}{2}\pi}^{\frac{3}{2}\pi} \frac{\cos x}{2 + \sin x} dx =$,

lo stesso integrale con la formula di Simpson semplice:

e l'errore percentuale commesso: %.

4. Si calcoli $\iint_A x \sin(xy) dx dy =$
 essendo $A = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 \mid 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}, 0 \leq y \leq 1\}$.

5. Calcolare la soluzione $y = y(x)$ dei seguenti problemi di Cauchy:

(a) $\begin{cases} y' = 5y - y^2 \\ y(0) = 1, \end{cases}$ (b) $\begin{cases} y' = 5y - y^2 \\ y(0) = -1. \end{cases}$

$y(x) =$ $y(x) =$

6. Data la funzione

$$z = f(x, y) = x^2 + 3xy + y^2 - 5(x + y), \quad (x, y) \in \mathbf{R}^2,$$

calcolare:

(a) il gradiente $\nabla f(x, y) =$

(b) la matrice hessiana $Hf(x, y) =$

(c) la derivata direzionale di f nel punto $(1, 1)$ rispetto al versore della retta di equazione $y = 3x$ orientato nel verso delle x crescenti:

(d) l'equazione del piano tangente al grafico di f nel punto $(0, 0, 0)$;

(e) il punto stazionario di f e dire se si tratta di un punto di minimo locale, massimo locale o sella: