C.d.L. in Chimica e per l'Ambiente e per i Materiali, curriculum Ambiente, Energia, Rifiuti
Prova del 03/12/2010

Cognome: ______________________

Nome: ______________________

Matricola: ______________________

Scrivere le soluzioni nei riquadri.

1. Dato il numero complesso $z = \dfrac{7 - i\sqrt{3}}{1 - i2\sqrt{3}}$, calcolare

   (a) il modulo (valore assoluto) di z: $\boxed{|z| = 2 \qquad (z = 1 + i\sqrt{3})}$

   (b) l'argomento di z: $\boxed{\arg(z) = \dfrac{\pi}{3}}$

   (c) il prodotto $z \cdot e^{i\frac{2}{3}\pi}$: $\boxed{z \cdot e^{i\frac{2}{3}\pi} = -2}$

   (d) le due radici quadrate w_1 e w_2 di z: $\boxed{w_1 = \dfrac{1}{2}(\sqrt{6} + i\sqrt{2})}$ $\boxed{w_2 = -\dfrac{1}{2}(\sqrt{6} + i\sqrt{2})}$

2. Data la funzione $f(x) = \dfrac{1}{2} + \dfrac{3}{4}x + \dfrac{4}{3x}, \quad x \neq 0,$

   (a) trovare i minimi e i massimi relativi:

   $\boxed{x_{\min} = \dfrac{4}{3}, \qquad y_{\min} = \dfrac{5}{2}}$ $\boxed{x_{\max} = -\dfrac{4}{3}, \qquad y_{\max} = -\dfrac{3}{2}}$

   (b) scrivere le equazioni degli asintoti:

   $\boxed{x = 0}$ $\boxed{y = \dfrac{1}{2} + \dfrac{3}{4}x}$

   (c) disegnare il grafico di f e gli asintoti (nel sistema di riferimento sulla pagina successiva);

   (d) calcolare l'equazione della retta tangente al grafico nel punto $(2, \frac{8}{3})$:

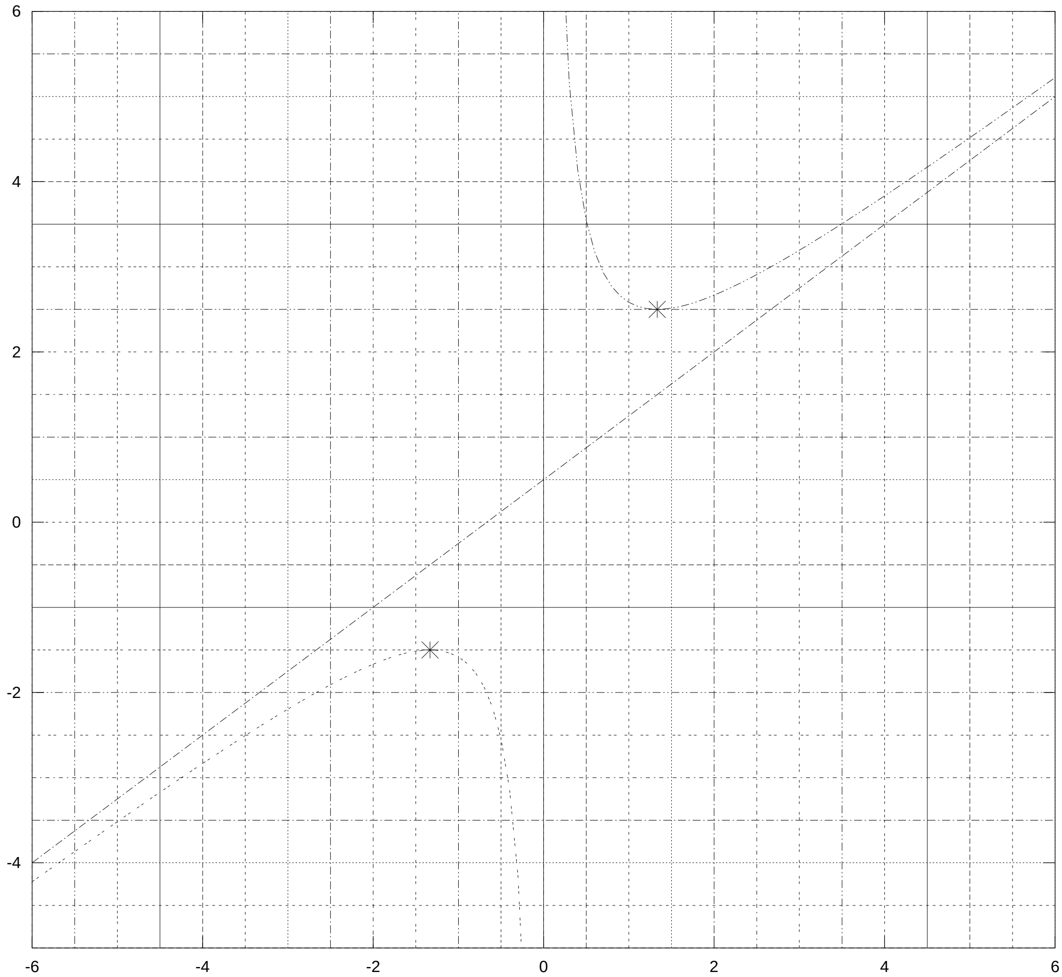
   $\boxed{y = \dfrac{8}{3} + \dfrac{5}{12}(x-2) = \dfrac{5}{12}x + \dfrac{11}{6}}$

   (e) calcolare il polinomio di Taylor di grado 2 e di punto iniziale 2:

   $\boxed{T_2(x) = \dfrac{8}{3} + \dfrac{5}{12}(x-2) + \dfrac{1}{6}(x-2)^2 = \dfrac{1}{6}x^2 - \dfrac{1}{4}x + \dfrac{5}{2}}$

   (f) calcolare l'area A della regione limitata dal grafico, dall'asse x e dalle rette di equazioni $x = 1$ e $x = e$: $\boxed{A = \dfrac{8}{3}e^2 + \dfrac{1}{2}e + \dfrac{11}{24} \approx 4,59}$

(continua)



3. Calcolare

   (a) $\displaystyle\int_{-12}^{0} \frac{1}{\sqrt{1-2x}}\,dx = \boxed{\int_5^1 \frac{1}{t}\cdot(-t)\,dt = [-t]_5^1 = 4}$

   (b) $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{6}} x \operatorname{sen} 3x\,dx = \boxed{\left[-\frac{1}{3}x\cos(3x)+\frac{1}{9}\operatorname{sen}(3x)\right]_0^{\frac{\pi}{6}} = \frac{1}{9}}$

   (c) $\displaystyle\int_{-2}^{+\infty} e^{-\frac{x}{2}}\,dx = \boxed{\lim_{b\to+\infty}\left[-2e^{-\frac{x}{2}}\right]_{-2}^{b} = 2e}$

   (d) $\displaystyle\int \frac{1}{x^2+3x}\,dx = \boxed{\frac{1}{3}\int\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{x+3}\right)\,dx = \frac{1}{3}\ln\left|\frac{x}{x+3}\right| + c}$

4. Si usi lo sviluppo della funzione $f(x) = e^x$ in serie di Taylor (centrata in 0) per calcolare $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty}\frac{\lambda^n}{n!}e^{-\lambda}$.

$$\boxed{\sum_{n=0}^{\infty}\frac{\lambda^n}{n!}e^{-\lambda} = 1}$$

C.d.L. in Chimica e per l'Ambiente e per i Materiali, curriculum Ambiente, Energia, Rifiuti
Prova del 03/12/2010

Cognome: ______________________________

Nome: ______________________________

Matricola: ______________________________

Scrivere le soluzioni nei riquadri.

1. Dato il numero complesso $z = \dfrac{1+i3\sqrt{3}}{-2+i\sqrt{3}}$, calcolare

   (a) il modulo (valore assoluto) di z: $\boxed{|z| = 2 \qquad (z = 1 - i\sqrt{3})}$

   (b) l'argomento di z: $\boxed{\arg(z) = -\dfrac{\pi}{3} = \dfrac{5}{3}\pi}$

   (c) il prodotto $z \cdot e^{i\frac{\pi}{3}}$: $\boxed{z \cdot e^{i\frac{\pi}{3}} = 2}$

   (d) le due radici quadrate w_1 e w_2 di z: $\boxed{w_1 = \dfrac{1}{2}(\sqrt{6} - i\sqrt{2})}$ $\boxed{w_2 = \dfrac{1}{2}(-\sqrt{6} + i\sqrt{2})}$

2. Data la funzione $f(x) = \dfrac{1}{2} - \dfrac{3}{4}x - \dfrac{4}{3x}, \quad x \neq 0$,

   (a) trovare i minimi e i massimi relativi:
   $\boxed{x_{\min} = -\dfrac{4}{3}, \qquad y_{\min} = \dfrac{5}{2}}$ $\boxed{x_{\max} = \dfrac{4}{3}, \qquad y_{\max} = -\dfrac{3}{2}}$

   (b) scrivere le equazioni degli asintoti:
   $\boxed{x = 0}$ $\boxed{y = \dfrac{1}{2} - \dfrac{3}{4}x}$

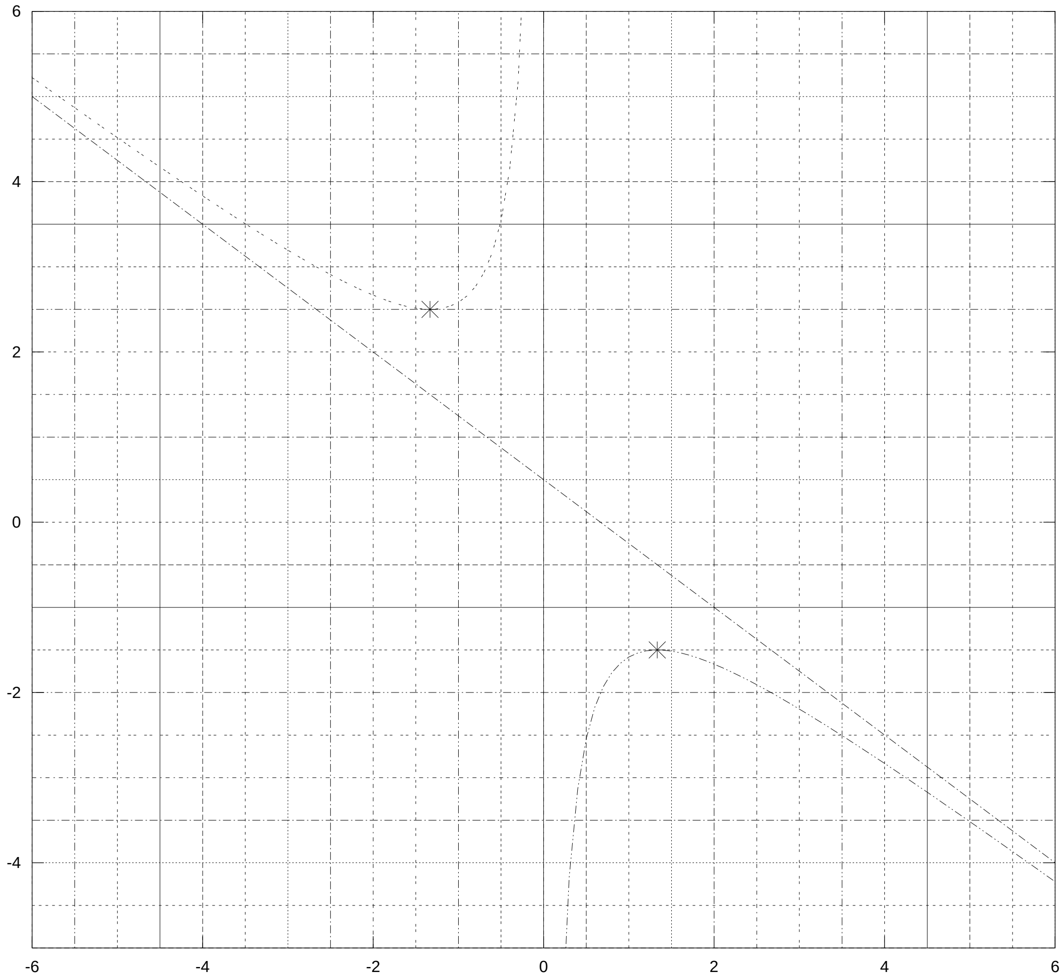
   (c) disegnare il grafico di f e gli asintoti (nel sistema di riferimento sulla pagina successiva);

   (d) calcolare l'equazione della retta tangente al grafico nel punto $(2, -\frac{5}{3})$:
   $\boxed{y = -\dfrac{5}{3} - \dfrac{5}{12}(x-2) = -\dfrac{5}{12}x - \dfrac{5}{6}}$

   (e) calcolare il polinomio di Taylor di grado 2 e di punto iniziale 2:
   $\boxed{T_2(x) = -\dfrac{5}{3} - \dfrac{5}{12}(x-2) - \dfrac{1}{6}(x-2)^2 = -\dfrac{1}{6}x^2 + \dfrac{1}{4}x - \dfrac{3}{2}}$

   (f) calcolare l'area A della regione limitata dal grafico, dall'asse x e dalle rette di equazioni $x = -e$ e $x = -1$: $\boxed{A = \dfrac{8}{3}e^2 + \dfrac{1}{2}e + \dfrac{11}{24} \approx 4,59}$

(continua)



3. Calcolare

(a) $\displaystyle\int_{-5}^{0} \frac{1}{\sqrt{1-3x}}\,dx =$ $\boxed{\displaystyle\int_{4}^{1} \frac{1}{t}\cdot\left(-\frac{2t}{3}\right)\,dt = -\frac{2}{3}\,[t]_4^1 = 2}$

(b) $\displaystyle\int_{0}^{\frac{\pi}{3}} x\cos 3x\,dx =$ $\boxed{\displaystyle\left[\frac{1}{3}\,\mathrm{sen}(3x) + \frac{1}{9}\cos(3x)\right]_0^{\frac{\pi}{3}} = -\frac{2}{9}}$

(c) $\displaystyle\int_{-3}^{+\infty} e^{-\frac{x}{3}}\,dx =$ $\boxed{\displaystyle\lim_{b\to+\infty}\left[-3e^{-\frac{x}{3}}\right]_{-3}^{b} = 3e}$

(d) $\displaystyle\int \frac{1}{x^2+4x}\,dx =$ $\boxed{\displaystyle\frac{1}{4}\int\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+4}\right)\,dx = \frac{1}{4}\ln\left|\frac{x}{x+4}\right| + c}$

4. Si usi lo sviluppo della funzione $f(x) = e^x$ in serie di Taylor (centrata in 0) per calcolare $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty}\frac{\lambda^n}{n!}e^{-2\lambda}$.

$$\boxed{\sum_{n=0}^{\infty}\frac{\lambda^n}{n!}e^{-2\lambda} = e^{-\lambda}}$$

C.d.L. in Chimica e per l'Ambiente e per i Materiali, curriculum Ambiente, Energia, Rifiuti
Prova del 03/12/2010

Cognome: ______________________

Nome: ______________________

Matricola: ______________________

Scrivere le soluzioni nei riquadri.

1. Dato il numero complesso $z = \dfrac{-2 + i6\sqrt{3}}{5 - i\sqrt{3}}$, calcolare

   (a) il modulo (valore assoluto) di z: $\boxed{|z| = 2 \qquad (z = -1 + i\sqrt{3})}$

   (b) l'argomento di z: $\boxed{\arg(z) = \frac{2}{3}\pi}$

   (c) il prodotto $z \cdot e^{i\frac{\pi}{3}}$: $\boxed{z \cdot e^{i\frac{\pi}{3}} = -2}$

   (d) le due radici quadrate w_1 e w_2 di z: $\boxed{w_1 = \frac{1}{2}(\sqrt{2} + i\sqrt{6})}$ $\boxed{w_2 = -\frac{1}{2}(\sqrt{2} + i\sqrt{6})}$

2. Data la funzione $f(x) = \dfrac{1}{2} + \dfrac{2}{3}x + \dfrac{3}{2x}, \quad x \neq 0,$

   (a) trovare i minimi e i massimi relativi:

   $\boxed{x_{\min} = \frac{3}{2}, \qquad y_{\min} = \frac{5}{2}}$ $\boxed{x_{\max} = -\frac{3}{2}, \qquad y_{\max} = -\frac{3}{2}}$

   (b) scrivere le equazioni degli asintoti:

   $\boxed{x = 0}$ $\boxed{y = \frac{1}{2} + \frac{2}{3}x}$

   (c) disegnare il grafico di f e gli asintoti (nel sistema di riferimento sulla pagina successiva);

   (d) calcolare l'equazione della retta tangente al grafico nel punto $(1, \frac{8}{3})$:

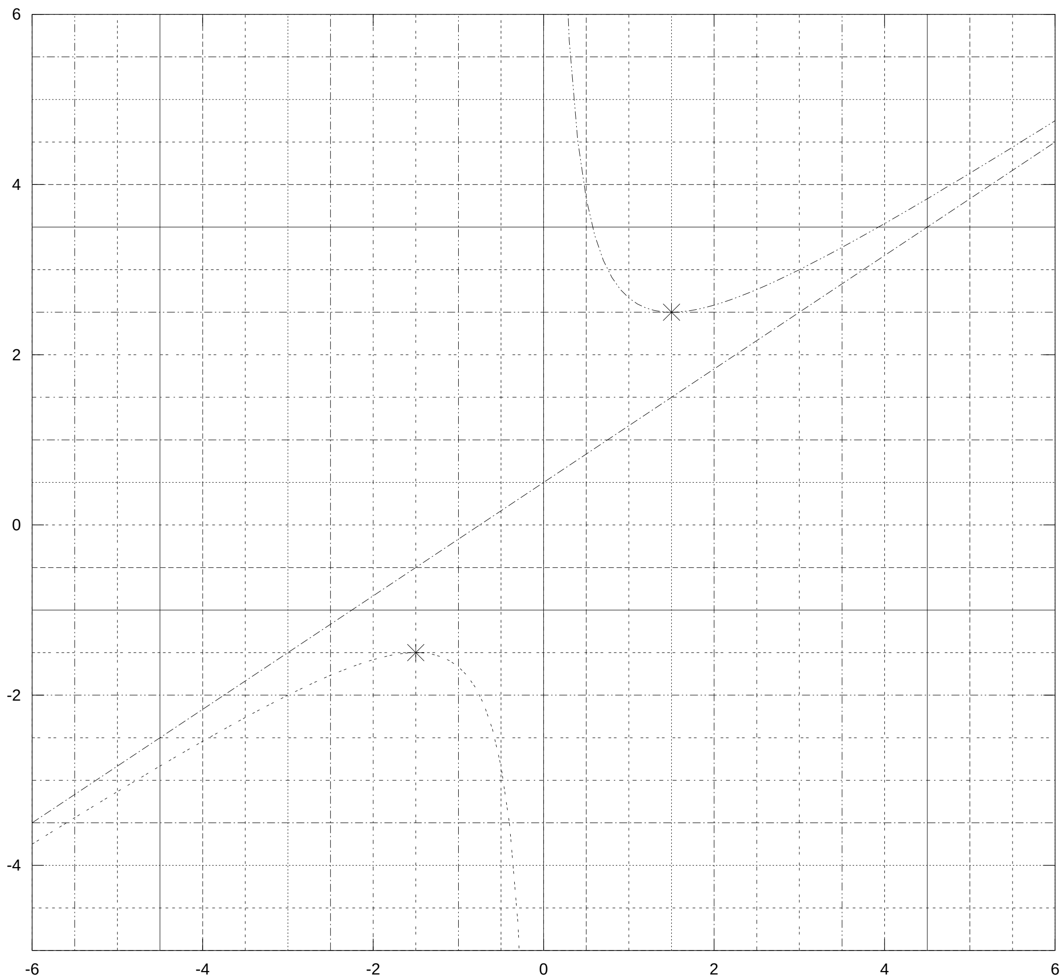
   $\boxed{y = \frac{8}{3} - \frac{5}{6}(x-1) = -\frac{5}{6}x + \frac{7}{2}}$

   (e) calcolare il polinomio di Taylor di grado 2 e di punto iniziale 1:

   $\boxed{T_2(x) = \frac{8}{3} - \frac{5}{6}(x-1) + \frac{3}{2}(x-1)^2 = \frac{3}{2}x^2 - \frac{23}{6}x + 5}$

   (f) calcolare l'area A della regione limitata dal grafico, dall'asse x e dalle rette di equazioni $x = 1$ e $x = e$: $\boxed{A = \frac{1}{3}e^2 + \frac{1}{2}e + \frac{2}{3} \approx 4,49}$

(continua)



3. Calcolare

   (a) $\displaystyle\int_{-2}^{0} \frac{1}{\sqrt{1-4x}}\,dx =$ $\boxed{\displaystyle\int_{3}^{1} \frac{1}{t}\cdot\left(-\frac{2t}{4}\right)\,dt = -\frac{1}{2}\,[t]_3^1 = 1}$

   (b) $\displaystyle\int_{0}^{\frac{\pi}{4}} x\,\mathrm{sen}\,2x\,dx =$ $\boxed{\displaystyle\left[-\frac{1}{2}x\cos(2x)+\frac{1}{4}\,\mathrm{sen}(2x)\right]_0^{\frac{\pi}{4}} = \frac{1}{4}}$

   (c) $\displaystyle\int_{-4}^{+\infty} e^{-\frac{x}{4}}\,dx =$ $\boxed{\displaystyle\lim_{b\to+\infty}\left[-4e^{-\frac{x}{4}}\right]_{-4}^{b} = 4e}$

   (d) $\displaystyle\int \frac{1}{x^2+5x}\,dx =$ $\boxed{\displaystyle\frac{1}{5}\int\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{x+5}\right)\,dx = \frac{1}{5}\ln\left|\frac{x}{x+5}\right| + c}$

4. Si usi lo sviluppo della funzione $f(x) = e^x$ in serie di Taylor (centrata in 0) per calcolare $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty}\frac{\lambda^n}{n!}e^{-3\lambda}$.

   $$\boxed{\sum_{n=0}^{\infty}\frac{\lambda^n}{n!}e^{-3\lambda} = e^{-2\lambda}}$$

C.d.L. in Chimica e per l'Ambiente e per i Materiali, curriculum Ambiente, Energia, Rifiuti
Prova del 03/12/2010

Cognome: ______________________

Nome: ______________________

Matricola: ______________________

Scrivere le soluzioni nei riquadri.

1. Dato il numero complesso $z = \dfrac{6 + i2\sqrt{3}}{-3 + i\sqrt{3}}$, calcolare

   (a) il modulo (valore assoluto) di z: $\boxed{|z| = 2 \qquad (z = -1 - i\sqrt{3})}$

   (b) l'argomento di z: $\boxed{\arg(z) = -\frac{2}{3}\pi = \frac{4}{3}\pi}$

   (c) il prodotto $z \cdot e^{i\frac{2}{3}\pi}$: $\boxed{z \cdot e^{i\frac{2}{3}\pi} = 2}$

   (d) le due radici quadrate w_1 e w_2 di z: $\boxed{w_1 = \frac{1}{2}(-\sqrt{2} + i\sqrt{6})}$ $\boxed{w_2 = \frac{1}{2}(\sqrt{2} - i\sqrt{6})}$

2. Data la funzione $f(x) = \dfrac{1}{2} - \dfrac{2}{3}x - \dfrac{3}{2x}, \quad x \neq 0,$

   (a) trovare i minimi e i massimi relativi:

   $\boxed{x_{\min} = -\frac{3}{2}, \qquad y_{\min} = \frac{5}{2}}$ $\boxed{x_{\max} = \frac{3}{2}, \qquad y_{\max} = -\frac{3}{2}}$

   (b) scrivere le equazioni degli asintoti:

   $\boxed{x = 0}$ $\boxed{y = \frac{1}{2} - \frac{2}{3}x}$

   (c) disegnare il grafico di f e gli asintoti (nel sistema di riferimento sulla pagina successiva);

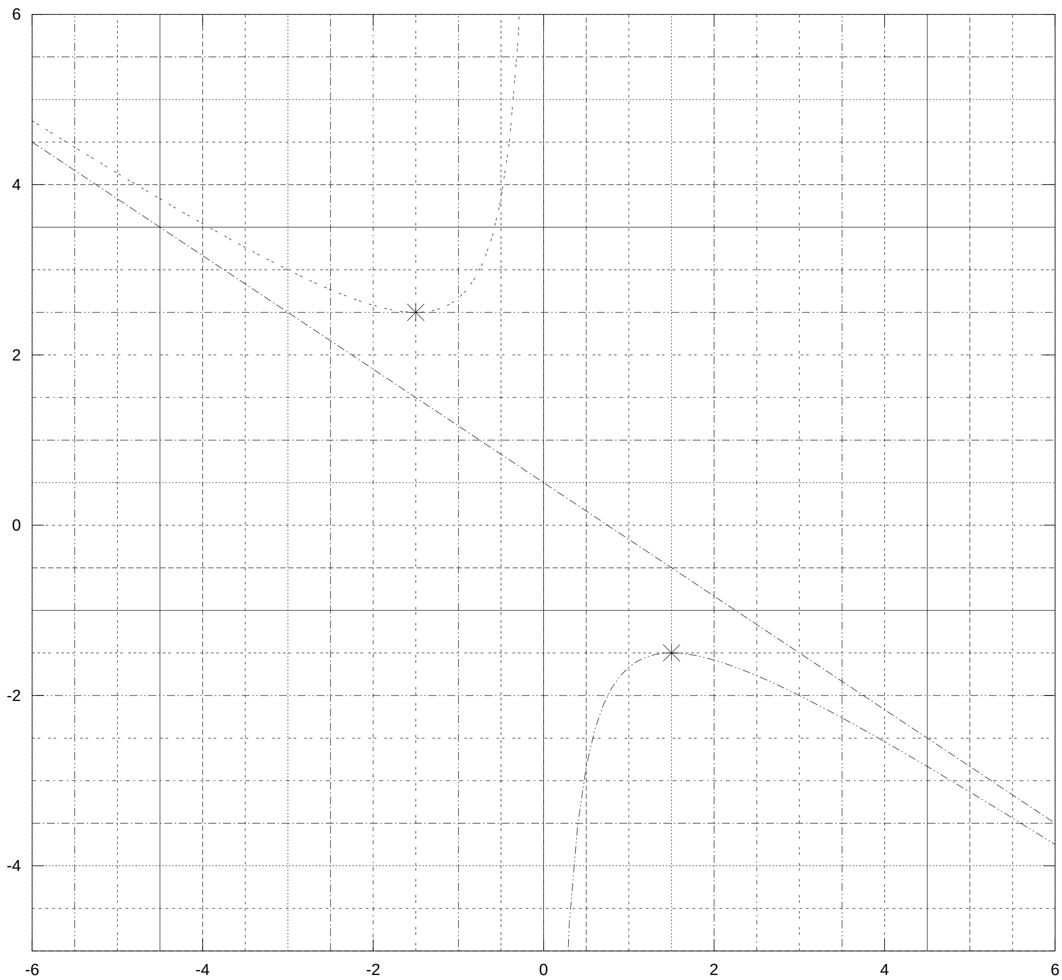
   (d) calcolare l'equazione della retta tangente al grafico nel punto $(1, -\frac{5}{3})$:

   $\boxed{y = -\frac{5}{3} + \frac{5}{6}(x - 1) = \frac{5}{6}x - \frac{5}{2}}$

   (e) calcolare il polinomio di Taylor di grado 2 e di punto iniziale 1:

   $\boxed{T_2(x) = -\frac{5}{3} + \frac{5}{6}(x - 1) - \frac{3}{2}(x - 1)^2 = -\frac{3}{2}x^2 + \frac{23}{6}x - 4}$

   (f) calcolare l'area A della regione limitata dal grafico, dall'asse x e dalle rette di equazioni $x = -e$ e $x = -1$: $\boxed{A = \frac{1}{3}e^2 + \frac{1}{2}e + \frac{2}{3} \approx 4,49}$



3. Calcolare

   (a) $\displaystyle\int_{-24}^{0} \frac{1}{\sqrt{1-2x}}\,dx = \boxed{\int_7^1 \frac{1}{t}\cdot\left(-\frac{2t}{2}\right)\,dt = -\,[t]_7^1 = 6}$

   (b) $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\cos 2x\,dx = \boxed{\left[\frac{1}{2}\,\mathrm{sen}(2x) + \frac{1}{4}\cos(2x)\right]_0^{\frac{\pi}{2}} = -\frac{1}{2}}$

   (c) $\displaystyle\int_{-5}^{+\infty} e^{-\frac{x}{5}}\,dx = \boxed{\lim_{b\to+\infty}\left[-5e^{-\frac{x}{5}}\right]_{-5}^{b} = 5e}$

   (d) $\displaystyle\int \frac{1}{x^2+6x}\,dx = \boxed{\frac{1}{6}\int\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{x+6}\right)\,dx = \frac{1}{6}\ln\left|\frac{x}{x+6}\right| + c}$

4. Si usi lo sviluppo della funzione $f(x) = e^x$ in serie di Taylor (centrata in 0) per calcolare $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty}\frac{\lambda^n}{n!}e^{-4\lambda}$.

$$\boxed{\sum_{n=0}^{\infty}\frac{\lambda^n}{n!}e^{-4\lambda} = e^{-3\lambda}}$$