

**C.d.L. in Chimica e per l'Ambiente e per i Materiali, curriculum
Ambiente, Energia, Rifiuti
Prova del 18/11/2011**

Cognome: _____

Nome: _____

Matricola: _____

Scrivere le soluzioni nei riquadri.

1. Secondo lo standard IEEE 754 il numero $x = \frac{1}{48}$ viene rappresentato come numero in virgola mobile a precisione doppia mediante il numero

$$fl(x) = \sum_{k=3}^{29} \frac{1}{4^k}.$$

Calcolare

(a) l'errore assoluto $fl(x) - x = \frac{1}{64} \cdot \frac{1 - (\frac{1}{4})^{27}}{1 - \frac{1}{4}} - \frac{1}{48} = -\frac{1}{48} \cdot \frac{1}{2^{54}} = -1,16 \cdot 10^{-18}$

e l'errore percentuale sulla rappresentazione di x : $-\frac{1}{2^{54}} \cdot 100\% = -5,55 \cdot 10^{-15}\%$

(b) la somma della serie $\sum_{k=3}^{\infty} \frac{1}{4^k} = \frac{1}{48}$

(c) le prime 8 cifre binarie di x dopo la virgola: 0,00000101

2. Si ricordi che il pH è definito come $pH = -\log_{10} a_{H^+}$, dove a_{H^+} indica l'attività adimensionale dei cationi ossonio.

(a) Una soluzione abbia un pH di 5. Per quale pH l'attività a_{H^+} risulterebbe cento volte maggiore? $pH = 3$

(b) Se il pH è stato determinato con un errore per eccesso di due decimi di pH , con quale errore percentuale si conosce a_{H^+} ? $(10^{-0,2} - 1) \cdot 100\% = -37\%$

Tale errore su a_{H^+} è per eccesso o per difetto? difetto

3. Dato il numero complesso $w = -\sqrt{3} - i$,

(a) scrivere w nella forma $\rho e^{i\theta}$, $-\pi < \theta \leq \pi$: $\rho = 2$, $\theta = -\frac{5}{6}\pi$

(b) calcolare w^{-1} : $Re(w^{-1}) = -\frac{\sqrt{3}}{4}$, $Im(w^{-1}) = \frac{1}{4}$ (continua)

4. Data la matrice $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 4 & 0 & 0 \end{bmatrix}$, calcolare

$$(a) \mathbf{A}^2 = \begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}$$

$$(b) \mathbf{A}^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{1}{4} \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

5. Dati i vettori $\vec{a} = \frac{1}{\sqrt{2}}(1, 0, 1)$, $\vec{b} = \sqrt{2}(-1, 1, -1)$ in \mathbf{R}^3 , calcolare

(a) il vettore \vec{p} , proiezione ortogonale del vettore \vec{b} sul vettore \vec{a} ,

$$\vec{p} = \begin{bmatrix} -\sqrt{2}(1, 0, 1) \end{bmatrix}$$

(b) un vettore \vec{c} in modo tale che (\vec{a}, \vec{c}) sia una base ortonormale di $\text{Span}(\vec{a}, \vec{b})$.

$$\vec{c} = \begin{bmatrix} (0, 1, 0) \end{bmatrix}$$

6. Scrivere la matrice \mathbf{A} che viene creata dal seguente codice Octave:

```
clear A;
for i = 1 : 2
    for j = 1 : 3;
        A(i, j) = i - j/i;
    end;
end;
A
```

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & -2 \\ \frac{3}{2} & 1 & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

**C.d.L. in Chimica e per l'Ambiente e per i Materiali, curriculum
Ambiente, Energia, Rifiuti
Prova del 18/11/2011**

Cognome: _____

Nome: _____

Matricola: _____

Scrivere le soluzioni nei riquadri.

1. Secondo lo standard IEEE 754 il numero $x = \frac{1}{7}$ viene rappresentato come numero in virgola mobile a precisione doppia mediante il numero

$$fl(x) = \sum_{k=1}^{18} \frac{1}{8^k}.$$

Calcolare

(a) l'errore assoluto $fl(x) - x = \frac{1}{8} \cdot \frac{1 - (\frac{1}{8})^{18}}{1 - \frac{1}{8}} - \frac{1}{7} = -\frac{1}{7} \cdot \frac{1}{2^{54}} = -7,93 \cdot 10^{-18}$

e l'errore percentuale sulla rappresentazione di x : $-\frac{1}{2^{54}} \cdot 100\% = -5,55 \cdot 10^{-15}\%$

(b) la somma della serie $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{8^k} = \frac{1}{7}$

(c) le prime 8 cifre binarie di x dopo la virgola: 0,00100100

2. Si ricordi che il pH è definito come $pH = -\log_{10} a_{H^+}$, dove a_{H^+} indica l'attività adimensionale dei cationi ossonio.

(a) Una soluzione abbia un pH di 5. Per quale pH l'attività a_{H^+} risulterebbe mille volte minore? $pH = 8$

(b) Se il pH è stato determinato con un errore per difetto di due decimi di pH , con quale errore percentuale si conosce a_{H^+} ? $(10^{0,2} - 1) \cdot 100\% = 58,5\%$

Tale errore su a_{H^+} è per eccesso o per difetto? **eccesso**

3. Dato il numero complesso $w = -\sqrt{3} + i$,

(a) scrivere w nella forma $\rho e^{i\theta}$, $-\pi < \theta \leq \pi$: $\rho = 2$, $\theta = \frac{5}{6}\pi$

(b) calcolare w^{-1} : $Re(w^{-1}) = -\frac{\sqrt{3}}{4}$, $Im(w^{-1}) = -\frac{1}{4}$ **(continua)**

4. Data la matrice $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 3 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$, calcolare

(a) $\mathbf{A}^2 = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$

(b) $\mathbf{A}^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ \frac{1}{3} & 0 & 0 \end{bmatrix}$

5. Dati i vettori $\vec{a} = \frac{1}{\sqrt{2}}(1, 1, 0)$, $\vec{b} = \sqrt{2}(1, 1, 1)$ in \mathbf{R}^3 , calcolare

(a) il vettore \vec{p} , proiezione ortogonale del vettore \vec{b} sul vettore \vec{a} ,

$\vec{p} = \begin{bmatrix} \sqrt{2} \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$

(b) un vettore \vec{c} in modo tale che (\vec{a}, \vec{c}) sia una base ortonormale di $\text{Span}(\vec{a}, \vec{b})$.

$\vec{c} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$

6. Scrivere la matrice \mathbf{A} che viene creata dal seguente codice Octave:

```
clear A;
for i = 1 : 2
    for j = 1 : 3;
        A(i, j) = j + j/i;
    end;
end;
A
```

$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 6 \\ \frac{3}{2} & 3 & \frac{9}{2} \end{bmatrix}$

**C.d.L. in Chimica e per l'Ambiente e per i Materiali, curriculum
Ambiente, Energia, Rifiuti
Prova del 18/11/2011**

Cognome: _____

Nome: _____

Matricola: _____

Scrivere le soluzioni nei riquadri.

1. Secondo lo standard IEEE 754 il numero $x = \frac{1}{12}$ viene rappresentato come numero in virgola mobile a precisione doppia mediante il numero

$$fl(x) = \sum_{k=2}^{28} \frac{1}{4^k}.$$

Calcolare

(a) l'errore assoluto $fl(x) - x = \frac{1}{16} \cdot \frac{1 - (\frac{1}{4})^{27}}{1 - \frac{1}{4}} - \frac{1}{12} = -\frac{1}{12} \cdot \frac{1}{2^{54}} = -4,63 \cdot 10^{-18}$

e l'errore percentuale sulla rappresentazione di x : $-\frac{1}{2^{54}} \cdot 100\% = -5,55 \cdot 10^{-15}\%$

(b) la somma della serie $\sum_{k=2}^{\infty} \frac{1}{4^k} = \frac{1}{12}$

(c) le prime 8 cifre binarie di x dopo la virgola: 0,00010101

2. Si ricordi che il pH è definito come $pH = -\log_{10} a_{H^+}$, dove a_{H^+} indica l'attività adimensionale dei cationi ossonio.

(a) Una soluzione abbia un pH di 5. Per quale pH l'attività a_{H^+} risulterebbe cento volte minore? $pH = 7$

(b) Se il pH è stato determinato con un errore per eccesso di tre decimi di pH , con quale errore percentuale si conosce a_{H^+} ? $(10^{-0,3} - 1) \cdot 100\% = -50\%$

Tale errore su a_{H^+} è per eccesso o per difetto? difetto

3. Dato il numero complesso $w = \sqrt{3} + i$,

(a) scrivere w nella forma $\rho e^{i\theta}$, $-\pi < \theta \leq \pi$: $\rho = 2$, $\theta = \frac{\pi}{6}$

(b) calcolare w^{-1} : $Re(w^{-1}) = \frac{\sqrt{3}}{4}$, $Im(w^{-1}) = -\frac{1}{4}$ (continua)

4. Data la matrice $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 5 & 0 & 0 \end{bmatrix}$, calcolare

$$(a) \mathbf{A}^2 = \begin{bmatrix} 10 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 10 \end{bmatrix}$$

$$(b) \mathbf{A}^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{1}{5} \\ 0 & 1 & 0 \\ \frac{1}{2} & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

5. Dati i vettori $\vec{a} = \frac{1}{\sqrt{2}}(1, 0, 1)$, $\vec{b} = \sqrt{2}(1, 2, 1)$ in \mathbf{R}^3 , calcolare

(a) il vettore \vec{p} , proiezione ortogonale del vettore \vec{b} sul vettore \vec{a} ,

$$\vec{p} = \begin{bmatrix} \sqrt{2} \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

(b) un vettore \vec{c} in modo tale che (\vec{a}, \vec{c}) sia una base ortonormale di $\text{Span}(\vec{a}, \vec{b})$.

$$\vec{c} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

6. Scrivere la matrice \mathbf{A} che viene creata dal seguente codice Octave:

```
clear A;
for i = 1 : 2
    for j = 1 : 3;
        A(i, j) = j - j/i;
    end;
end;
A
```

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{2} & 1 & \frac{3}{2} \end{bmatrix}$$

**C.d.L. in Chimica e per l'Ambiente e per i Materiali, curriculum
Ambiente, Energia, Rifiuti
Prova del 18/11/2011**

Cognome: _____

Nome: _____

Matricola: _____

Scrivere le soluzioni nei riquadri.

1. Secondo lo standard IEEE 754 il numero $x = \frac{1}{56}$ viene rappresentato come numero in virgola mobile a precisione doppia mediante il numero

$$fl(x) = \sum_{k=2}^{19} \frac{1}{8^k}.$$

Calcolare

(a) l'errore assoluto $fl(x) - x = \frac{1}{64} \cdot \frac{1 - (\frac{1}{8})^{18}}{1 - \frac{1}{8}} - \frac{1}{56} = -\frac{1}{56} \cdot \frac{1}{2^{54}} = -9,91 \cdot 10^{-19}$

e l'errore percentuale sulla rappresentazione di x : $-\frac{1}{2^{54}} \cdot 100\% = -5,55 \cdot 10^{-15}\%$

(b) la somma della serie $\sum_{k=2}^{\infty} \frac{1}{8^k} = \frac{1}{56}$

(c) le prime 8 cifre binarie di x dopo la virgola: 0,00000100

2. Si ricordi che il pH è definito come $pH = -\log_{10} a_{H^+}$, dove a_{H^+} indica l'attività adimensionale dei cationi ossonio.

(a) Una soluzione abbia un pH di 5. Per quale pH l'attività a_{H^+} risulterebbe mille volte maggiore? $pH = 2$

(b) Se il pH è stato determinato con un errore per difetto di tre decimi di pH , con quale errore percentuale si conosce a_{H^+} ? $(10^{0,3} - 1) \cdot 100\% = 99,5\%$

Tale errore su a_{H^+} è per eccesso o per difetto? **eccesso**

3. Dato il numero complesso $w = \sqrt{3} - i$,

(a) scrivere w nella forma $\rho e^{i\theta}$, $-\pi < \theta \leq \pi$: $\rho = 2$, $\theta = -\frac{\pi}{6}$

(b) calcolare w^{-1} : $Re(w^{-1}) = \frac{\sqrt{3}}{4}$, $Im(w^{-1}) = \frac{1}{4}$ **(continua)**

4. Data la matrice $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 0 & 5 & 0 \\ 3 & 0 & 0 \end{bmatrix}$, calcolare

$$(a) \mathbf{A}^2 = \begin{bmatrix} 6 & 0 & 0 \\ 0 & 25 & 0 \\ 0 & 0 & 6 \end{bmatrix}$$

$$(b) \mathbf{A}^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{1}{3} \\ 0 & \frac{1}{5} & 0 \\ \frac{1}{2} & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

5. Dati i vettori $\vec{a} = \frac{1}{\sqrt{2}}(0, 1, 1)$, $\vec{b} = \sqrt{2}(1, -1, -1)$ in \mathbf{R}^3 , calcolare

(a) il vettore \vec{p} , proiezione ortogonale del vettore \vec{b} sul vettore \vec{a} ,

$$\vec{p} = \begin{bmatrix} -\sqrt{2}(0, 1, 1) \end{bmatrix}$$

(b) un vettore \vec{c} in modo tale che (\vec{a}, \vec{c}) sia una base ortonormale di $\text{Span}(\vec{a}, \vec{b})$.

$$\vec{c} = \begin{bmatrix} (1, 0, 0) \end{bmatrix}$$

6. Scrivere la matrice \mathbf{A} che viene creata dal seguente codice Octave:

```
clear A;
for i = 1 : 2
    for j = 1 : 3;
        A(i, j) = i + j/i;
    end;
end;
A
```

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ \frac{5}{2} & 3 & \frac{7}{2} \end{bmatrix}$$