

C.d.L. in Scienze naturali
Prova di Matematica del 14/09/2015

Cognome: _____

Nome: _____

Matricola: _____

Svolgere gli esercizi nelle facciate bianche disponibili e scrivere le soluzioni nei riquadri. Sarà ritirato soltanto questo fascicolo.

1. Quante sono le possibili funzioni $\{1, 2, 3\} \rightarrow \{1, 2, 3, 4, 5\}$?

Quante di tali funzioni sono iniettive?

E quante sono strettamente crescenti?

2. Date le matrici $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ -3 & 4 & -7 \end{bmatrix}$, $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & -2 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, $\mathbf{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$, calcolare:

(a) **tutte le soluzioni** (reali) del sistema lineare $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$ con l'algoritmo di

Gauss-Jordan: $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} =$

(c) (se ciò è possibile) $\mathbf{AB} =$, $\mathbf{BA} =$.

3. Data la funzione $f(x) = xe^{-x}$ ($x \in \mathbf{R}$), calcolare:

(a) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) =$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) =$
(applicare la regola di de l'Hospital)

(b) $f'(x) =$

(c) $f''(x) =$

(d) i punti stazionari di f e classificarli:

(e) l'equazione della retta tangente al grafico della f nell'origine:

(f) il polinomio di Taylor della f di grado 2 e di centro 1:

(g) i punti di flesso della f :

(h) $\int_0^{+\infty} f(x)dx =$
(integrazione per parti).

4. $\int_0^1 \frac{5x^2 + 1}{\sqrt{x}} dx =$

5. Calcolare la soluzione $y = y(x)$ del seguente problema di Cauchy, e precisare il suo dominio:

$$\begin{cases} y' = \frac{y^3}{x} \\ y(2) = -1. \end{cases}$$

$y(x) =$

Dominio: