C.d.L. in Scienze naturali
Prova di Matematica del 27/01/2016

Cognome: ______________________________

Nome: ______________________________

Matricola: ______________________________

Svolgere gli esercizi nelle facciate bianche disponibili e scrivere le soluzioni nei riquadri. Sarà ritirato soltanto questo fascicolo.

1. Qual è il coefficiente di a^3b^7 nello sviluppo della potenza $(a+b)^{10}$? $\boxed{}$

   E qual è la somma di tutti i coefficienti di tale sviluppo? $\boxed{}$

   Qual è il coefficiente di $a^3b^7c^2$ nello sviluppo della potenza $(a+b+c)^{12}$? $\boxed{}$

2. Si consideri la funzione $f(x) = \log_{10}\left(\frac{1}{x}\right)$, $x > 0$, e si calcoli:

   (a) $f'(x) = \boxed{}$

   (b) $f''(x) = \boxed{}$

   (c) il differenziale della f in x e lo usi per calcolare approssimativamente $\frac{\Delta x}{x}$ in funzione di Δf:

   $df(x, \Delta x) =$; $\frac{\Delta x}{x} \approx$,

   (d) i coefficienti a, b, c del polinomio di Taylor $p_2(x) = a + b(x-1) + c(x-1)^2$ della f di grado 2 e di centro 1:

   $a =$, $b =$, $c =$,

   (e) $\displaystyle\int_1^e f(x)dx = \boxed{}$

   (integrazione per parti).

3. Data la funzione $f(x) = \dfrac{4}{1+5e^{-x}}$, $x \in \mathbb{R}$, calcolare

   (a) $\displaystyle\lim_{x\to-\infty} f(x) = \boxed{}$, $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} f(x) = \boxed{}$

(b) $f'(x) =$

(c) $f''(x) =$

(d) il punto di flesso di f:

(e) $\displaystyle\int_{\ln(5)}^{\ln(15)} f(x)\,dx =$

(integrazione per sostituzione: $x = \ln(t-5)$)

4. Calcolare la soluzione del seguente problema di Cauchy, e precisare il suo dominio:

$$\begin{cases} \dfrac{dy}{dx} = 2x\sqrt{y+2} \\ y(\sqrt{5}) = -1\,. \end{cases}$$

$y(x) =$ dominio:

5. Date le matrici $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 5 \\ -2 & 1 & -2 \\ 2 & 1 & -1 \end{bmatrix}$, $\mathbf{b} = \begin{bmatrix} 2 \\ -3 \\ 3 \end{bmatrix}$, calcolare

(a) la soluzione del sistema lineare $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$ con l'algoritmo di Gauss-Jordan:

$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} =$, (b) $\mathbf{A}^{-1} =$,

(c) (se ciò è possibile) $\mathbf{b}^T\mathbf{b} =$, dove $\mathbf{b}^T$ è il trasposto di $\mathbf{b}$,

(d) (se ciò è possibile) $\mathbf{A} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{bmatrix} =$.