

C.d.L. in Scienze naturali
Prova di Matematica del 20/09/2016

Cognome: _____

Nome: _____

Matricola: _____

Svolgere gli esercizi nelle facciate bianche disponibili e scrivere le soluzioni nei riquadri. Sarà ritirato soltanto questo fascicolo.

1. Siano dati gli insiemi $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ e $B = \{0, 1\}$.

Quante sono le possibili funzioni $A \rightarrow B$?

Quanti sono i sottoinsiemi di A (compresi l'insieme vuoto ed A stesso)?

Quanti sono i sottoinsiemi di A formati da cinque elementi?

2. Data la funzione $f(x) = (\ln x)^2 + 2 \ln x$, $x > 0$, calcolare:

(a) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) =$

, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) =$

(b) $f'(x) =$

(c) $f''(x) =$

- (d) i punti stazionari di f e classificarli:

- (e) l'equazione della retta tangente al grafico della f nel punto $(1, 0)$:

- (f) il polinomio di Taylor della f di grado 2 e di centro $\frac{1}{e}$:

- (g) i punti di flesso della f :

(h) $\int_1^e f(x) dx =$

($\int f(x) dx = \int (\ln x)^2 dx + 2 \int \ln x dx$, poi $\int (\ln x)^2 dx$ per parti).

3. $\int_1^4 \frac{3x+1}{\sqrt{x}} dx =$

4. Calcolare la soluzione $y = y(x)$ del seguente problema di Cauchy, e precisare il suo dominio:

$$\begin{cases} y' = -\frac{y^3}{4\sqrt{x}} \\ y(1) = -1. \end{cases}$$

$y(x) =$

Dominio:

5. Date le matrici $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -1 & 3 & -2 \\ 3 & -8 & 9 \\ -2 & 8 & -3 \end{bmatrix}$, $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} -48 & -7 \\ -9 & -1 \\ 8 & 2 \end{bmatrix}$, $\mathbf{b} = \begin{bmatrix} 5 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$, calcolare:

(a) la soluzione del sistema lineare $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$ con l'algoritmo di Gauss-Jordan:

$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} =$, (b) $\mathbf{A}^{-1} =$,

(c) (se ciò è possibile) $\mathbf{AB} =$, $\mathbf{B}^T \mathbf{A} =$,

dove \mathbf{B}^T è la trasposta di \mathbf{B} .