

1. Scrivere le equazioni delle rette tangenti al grafico della funzione $f(x) = \log_{10} x$ nei punti $P = (1, f(1))$ e $Q = (10, f(10))$. Calcolare il punto di intersezione della retta tangente passante per Q con l'asse delle x .
2. È noto che la distanza s percorsa da un corpo in caduta libera (senza attrito d'aria e con velocità iniziale 0) è $s(t) = \frac{g}{2}t^2$, dove t è il tempo e $g \approx 9,81 \text{ ms}^{-2}$ è l'accelerazione di gravità. Supponiamo che un corpo venga lasciato cadere da una quota di 30 m. Calcolate:
 - (a) il tempo di caduta, (b) la velocità finale, (c) la velocità media.
 - (d) In quale istante la velocità del corpo è uguale alla velocità media?
3. Calcolare le derivate delle seguenti funzioni:
 - (a) $v(t) = at + \frac{b}{t} + c$, (b) $y = 3 \cos x - 2 \sin x$, (c) $y = \frac{x}{x-3}$,
 - (d) $z(t) = (1-t) \cos t$, (e) $f(y) = a \sqrt{y} \cdot \sin y$, (f) $Q(\alpha) = \frac{1 - \sin \alpha}{1 + \cos \alpha}$.
4. Calcolare le derivate delle funzioni inverse delle seguenti funzioni e precisare il dominio di tali derivate:
 - (a) $y = f(x) = x^2, x \leq 0$; (b) $y = f(x) = \cos x, 0 \leq x \leq \pi$.
5. Calcolare le derivate delle seguenti funzioni:
 - (a) $y = \frac{x+1}{x-2}$, (b) $y = x \cdot \log_{10} x$, (c) $y = x \cdot \cos x$, (d) $f(x) = x \cdot \sin(|x|)$.

Suggerimento per (d): distinguere i 3 casi $x < 0$, $x = 0$, $x > 0$, e nel caso $x = 0$ studiare il limite del rapporto incrementale $\frac{f(h)-f(0)}{h}$ per $h \rightarrow 0$.
6. Calcolare le derivate delle seguenti funzioni:
 - (a) $h(\phi) = \frac{\sin 2\phi}{\cos 3\phi}$, (b) $f(x) = \cos(e^{3x})$, (c) $f(x) = \cos(4x^2 - x + 1)$,
 - (d) $U(t) = qt^{-2}$, (e) $R(s) = \frac{1}{a-bs}$, (f) $R(s) = \frac{1}{\log_{10} s}$, (g) $v(t) = (3t-1)^{-2}$.
7. Le misure della lunghezza e della larghezza di un poster rettangolare sono 160 cm e 90 cm, entrambe con l'errore del 2%. Qual è l'errore percentuale (errore relativo) sull'area calcolata? Calcola la misura dell'area con l'errore assoluto.
8. Misurando il volume di un cilindro metallico si trova $V = (10,0 \pm 0,1) \text{ cm}^3$; la massa del cilindro è $m = (27,1 \pm 0,1) \text{ g}$. Calcola la densità e l'errore percentuale sulla densità.

N.B.: In analogia alla formula ottenuta a lezione per l'errore relativo di un prodotto, si dimostra che l'errore relativo nel calcolo di un quoziente è minore o uguale alla somma degli errori relativi del numeratore e del denominatore.
9. Mediante il differenziale calcolare approssimativamente la quantità $\sqrt{10001}$.
10. Usare il differenziale della funzione $f(x) = \frac{1}{x}$ per calcolare approssimativamente $1,002^{-1}$ e $0,997^{-1}$ e confrontare i risultati con i valori precisi.