

C.d.L. in Scienze naturali
Prova di Matematica del 12/12/2016

Cognome: _____

Nome: _____

Matricola: _____

Svolgere gli esercizi nelle facciate bianche disponibili e scrivere le soluzioni nei riquadri. Sarà ritirato soltanto questo fascicolo.

1. Sia dato l'insieme $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$.

Quanti sono i sottoinsiemi di A formati da 7 elementi?

Quanti sono i sottoinsiemi di A (compresi l'insieme vuoto ed A stesso)?

Quante sono le coppie ordinate (a, b) con $a, b \in A$ e $a \leq b$?

2. Un gioco consiste nel lanciare 4 monete non truccate. Qual è la probabilità di ottenere almeno 3 teste?

3. Il cesio isotopo ^{137}Cs è radioattivo e ha un tempo di dimezzamento di 30 anni.

- (a) Siano presenti inizialmente N_0 atomi di ^{137}Cs . Determinare la costante di decadimento λ (in anno^{-1}) in modo tale che il numero $N(t)$ degli atomi presenti dopo il tempo t sia approssimativamente $N = N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$.

- (b) Di quale percentuale si riduce una data quantità di ^{137}Cs annualmente?

- (c) Calcolare il tempo necessario affinché una data quantità di ^{137}Cs si riduca al 12,5% della quantità iniziale.

4. Si determinino i valori reali di x per cui: $\log_2(x) + \log_2(x + 2) = 3$.

5. Data la funzione $f(x) = \frac{1}{x+1} + 1$, $x \neq -1$, calcolare

(a) l'equazione della retta tangente al grafico di f nel punto $(0, 2)$;

(b) approssimativamente $f(-0,002)$ usando il differenziale di f .

6. In un sistema di riferimento cartesiano nel piano il punto P abbia le coordinate $(-1, -1)$. Sia Q il punto che si ottiene ruotando P in senso orario attorno l'origine O di un angolo di 105° . Calcolare le coordinate polari (dove $\theta \in]-\pi, \pi]$) dei punti P e Q le coordinate cartesiane del punto Q .

$\theta_P =$	$, \rho_P =$	$, \theta_Q =$	$, \rho_Q =$	$, x_Q =$	$, y_Q =$
--------------	--------------	----------------	--------------	-----------	-----------

7. Data la funzione $f(x) = \frac{x}{\ln(\frac{x}{2})}$, $x \in \mathbb{R}$, $x > 0$, $x \neq 2$,

(a) determinare $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) =$
(applicare la regola di de l'Hospital)

(b) calcolare $f'(x) =$

(c) calcolare $f''(x) =$

(d) trovare e classificare il punto stazionario x_0 di f :

$x_0 =$	$, \text{ si tratta di un punto di}$
---------	--------------------------------------

(e) trovare il punto di flesso di f :

C.d.L. in Scienze naturali
Prova di Matematica del 12/12/2016

Cognome: _____

Nome: _____

Matricola: _____

Svolgere gli esercizi nelle facciate bianche disponibili e scrivere le soluzioni nei riquadri. Sarà ritirato soltanto questo fascicolo.

1. Sia dato l'insieme $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$.

Quanti sono i sottoinsiemi di A formati da 5 elementi?

Quanti sono i sottoinsiemi di A (compresi l'insieme vuoto ed A stesso)?

Quante sono le coppie ordinate (a, b) con $a, b \in A$ e $a \leq b$?

2. Un gioco consiste nel lanciare 6 monete non truccate. Qual è la probabilità di ottenere almeno 5 teste?

3. Il iodio isotopo ^{123}I è radioattivo e ha un tempo di dimezzamento di 13 ore.

- (a) Siano presenti inizialmente N_0 atomi di ^{123}I . Determinare la costante di decadimento λ (in h^{-1}) in modo tale che il numero $N(t)$ degli atomi presenti dopo il tempo t sia approssimativamente $N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$.

- (b) Di quale percentuale si riduce una data quantità di ^{123}I ogni ora?

- (c) Calcolare il tempo necessario affinché una data quantità di ^{123}I si riduca al 12,5% della quantità iniziale.

4. Si determinino i valori reali di x per cui: $\log_2(x) + \log_2(x - 4) = 5$.

5. Data la funzione $f(x) = \frac{1}{x+1} + 2$, $x \neq -1$, calcolare

(a) l'equazione della retta tangente al grafico di f nel punto $(0, 3)$;

(b) approssimativamente $f(0,003)$ usando il differenziale di f .

6. In un sistema di riferimento cartesiano nel piano il punto P abbia le coordinate $(-1, \sqrt{3})$. Sia Q il punto che si ottiene ruotando P in senso antiorario attorno l'origine O di un angolo di 105° . Calcolare le coordinate polari (dove $\theta \in]-\pi, \pi]$) dei punti P e Q le coordinate cartesiane del punto Q .

$\theta_P =$	$\rho_P =$	$\theta_Q =$	$\rho_Q =$	$x_Q =$	$y_Q =$
--------------	------------	--------------	------------	---------	---------

7. Data la funzione $f(x) = \frac{x}{\ln(\frac{1}{x})}$, $x \in \mathbb{R}$, $x > 0$, $x \neq 1$,

(a) determinare $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) =$

(applicare la regola di de l'Hospital)

(b) calcolare $f'(x) =$

(c) calcolare $f''(x) =$

(d) trovare e classificare il punto stazionario x_0 di f :

$x_0 =$, si tratta di un punto di
---------	----------------------------

(e) trovare il punto di flesso di f :

C.d.L. in Scienze naturali
Prova di Matematica del 12/12/2016

Cognome: _____

Nome: _____

Matricola: _____

Svolgere gli esercizi nelle facciate bianche disponibili e scrivere le soluzioni nei riquadri. Sarà ritirato soltanto questo fascicolo.

1. Sia dato l'insieme $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$.

Quanti sono i sottoinsiemi di A formati da 6 elementi?

Quanti sono i sottoinsiemi di A (compresi l'insieme vuoto ed A stesso)?

Quante sono le coppie ordinate (a, b) con $a, b \in A$ e $a \leq b$?

2. Un gioco consiste nel lanciare 5 monete non truccate. Qual è la probabilità di ottenere almeno 4 teste?

3. Il iodio isotopo ^{131}I è radioattivo e ha un tempo di dimezzamento di 8 giorni.

- (a) Siano presenti inizialmente N_0 atomi di ^{131}I . Determinare la costante di decadimento λ (in $\text{giorno}^{-1} = \text{d}^{-1}$) in modo tale che il numero $N(t)$ degli atomi presenti dopo il tempo t sia approssimativamente $N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$.

- (b) Di quale percentuale si riduce una data quantità di ^{131}I ogni giorno?

- (c) Calcolare il tempo necessario affinché una data quantità di ^{131}I si riduca al 12,5% della quantità iniziale.

4. Si determinino i valori reali di x per cui: $\log_2(x) + \log_2(x - 14) = 5$.

5. Data la funzione $f(x) = \frac{1}{x+1} + 3$, $x \neq -1$, calcolare

(a) l'equazione della retta tangente al grafico di f nel punto $(0, 4)$;

(b) approssimativamente $f(0,002)$ usando il differenziale di f .

6. In un sistema di riferimento cartesiano nel piano il punto P abbia le coordinate $(-2, 2)$. Sia Q il punto che si ottiene ruotando P in senso orario attorno l'origine O di un angolo di 105° . Calcolare le coordinate polari (dove $\theta \in]-\pi, \pi]$) dei punti P e Q le coordinate cartesiane del punto Q .

$\theta_P =$	$\rho_P =$	$\theta_Q =$	$\rho_Q =$	$x_Q =$	$y_Q =$
--------------	------------	--------------	------------	---------	---------

7. Data la funzione $f(x) = \frac{x}{\ln(-x)}$, $x \in \mathbb{R}$, $x < 0$, $x \neq -1$,

(a) determinare $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) =$
(applicare la regola di de l'Hospital)

(b) calcolare $f'(x) =$

(c) calcolare $f''(x) =$

(d) trovare e classificare il punto stazionario x_0 di f :

$x_0 =$, si tratta di un punto di
---------	----------------------------

(e) trovare il punto di flesso di f :