

**C.d.L. in Scienze naturali**  
**Prova di Matematica del 20/01/2017**

**Cognome:** \_\_\_\_\_

**Nome:** \_\_\_\_\_

**Matricola:** \_\_\_\_\_

Svolgere gli esercizi nelle facciate bianche disponibili e scrivere le soluzioni nei riquadri. Sarà ritirato soltanto questo fascicolo.

1. Si utilizzino solo le cifre 1, 2, 3, 4, 5, 6 per formare dei numeri.

Quanti numeri di 4 cifre, anche ripetute, si possono formare?

Quanti di questi numeri contengono esattamente due volte la cifra 6?

Quanti numeri di 4 cifre tutte distinte si possono formare?

2. Data la funzione  $f(x) = \sqrt{x} \cdot \ln x$ ,  $x > 0$ , calcolare:

(a)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) =$  ,  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) =$

(Per trovare il primo limite è utile la regola di de l'Hospital,  $f(x) = \frac{\ln x}{x^{-\frac{1}{2}}}$ .)

(b)  $f'(x) =$

(c)  $f''(x) =$

- (d) i punti stazionari di  $f$  e classificarli:

- (e) l'equazione della retta tangente al grafico della  $f$  nel punto  $(1, 0)$ :

- (f) i punti di flesso della  $f$ :

(g)  $\int_1^{e^2} \sqrt{x} \cdot \ln x \, dx =$

3. Calcolare

(a)  $\int_0^\pi \operatorname{sen}\left(-\frac{x}{3}\right) dx =$

(b)  $\int_{-3}^0 \frac{x}{\sqrt{1-x}} dx =$

(per sostituzione:  $u = \sqrt{1-x}$ )

4. Calcolare la soluzione  $y = y(x)$  del seguente problema di Cauchy, e precisare il suo dominio:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = -y \\ y(0) = -3. \end{cases}$$

$y(x) =$   dominio:

5. Date le matrici  $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 7 & -4 & 2 \\ -3 & 2 & -4 \end{bmatrix}$ ,  $\mathbf{a} = \begin{bmatrix} -1 \\ -2 \\ 0 \end{bmatrix}$ ,  $\mathbf{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}$ ,

(a) calcolare la soluzione del sistema lineare  $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$  con l'algoritmo di Gauss-

Jordan:  $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} =$  ,

(b) calcolare (se ciò è possibile)  $\mathbf{Aa} =$  ,  $\mathbf{ba}^T =$  ,

(c) dire se  $\mathbf{A}$  è invertibile e giustificare la risposta: