

C.d.L. in Scienze naturali
Prova di Matematica del 18/01/2018

Cognome: _____

Nome: _____

Matricola: _____

Svolgere gli esercizi nelle facciate bianche disponibili e scrivere le soluzioni nei riquadri. Sarà ritirato soltanto questo fascicolo.

1. Siano dati gli insiemi $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ e $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$.

Quante sono le possibili funzioni $A \rightarrow B$?

Quanti sono i sottoinsiemi di A formati da due elementi?

Quante sono le funzioni suriettive $A \rightarrow B$?

2. Data la funzione $f(x) = \frac{\ln(\sqrt{x})}{\sqrt{x}}$, $x > 0$, calcolare:

(a) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) =$

, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) =$

(Per trovare il secondo limite è utile la regola di de l'Hospital.)

(b) $f'(x) =$

(c) $f''(x) =$

- (d) i punti stazionari di f e classificarli:

- (e) il polinomio di Taylor della f di grado 2 e di centro e^2 :

- (f) i punti di flesso della f :

(g) $\int_1^{e^2} \frac{\ln(\sqrt{x})}{\sqrt{x}} dx =$

(per sostituzione: $u = \sqrt{x}$)

3. Calcolare

(a) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} x \operatorname{sen}(2x) dx =$

(b) $\int_{-e}^{-1} \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} \right) dx =$

4. Calcolare la soluzione $y = y(x)$ del seguente problema di Cauchy, e precisare il suo dominio:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \frac{y^3}{2e^{-2x}} \\ y(\ln(2)) = 2. \end{cases}$$

$y(x) =$ dominio:

5. Date le matrici $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 3 & 5 & -2 \\ 2 & 4 & 1 \end{bmatrix}$, $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -1 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$, $\mathbf{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 4 \end{bmatrix}$,

(a) calcolare la soluzione del sistema lineare $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$ con l'algoritmo di Gauss-

Jordan: $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} =$,

(b) calcolare (se ciò è possibile) $\mathbf{AB} =$, $\mathbf{B}^T \mathbf{A} =$,

(c) dire se \mathbf{A} è invertibile e giustificare la risposta: