C.d.L. in Tecniche Ortopediche

Prova di Analisi Matematica del 06/04/2018

Cognome: ______________________

Nome: ______________________

Matricola: ______________________

Svolgere gli esercizi nelle facciate bianche disponibili e scrivere le soluzioni nei riquadri. Sarà ritirato soltanto questo fascicolo.

1. Lo iodio isotopo $^{131}\mathrm{I}$ è radioattivo e ha un tempo di dimezzamento di 8 giorni.

   (a) Siano presenti inizialmente N_0 atomi di $^{131}\mathrm{I}$. Determinare la costante di decadimento λ (in giorno^{-1} = d^{-1}) in modo tale che il numero $N(t)$ degli atomi presenti dopo il tempo t sia approssimativamente $N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$.

   (b) Di quale percentuale si riduce una data quantità di $^{131}\mathrm{I}$ ogni giorno?

   (c) Calcolare il tempo necessario affinché una data quantità di $^{131}\mathrm{I}$ si riduca al $12,5\%$ della quantità iniziale.

2. Data la funzione $f(x) = x^2 \ln x, \quad x \in \mathbb{R},\ x > 0,$

   (a) determinare $\lim\limits_{x \to 0^+} f(x) =$

   (applicare la regola di de l'Hospital: $f(x) = \dfrac{\ln x}{\frac{1}{x^2}}$)

   (b) calcolare $f'(x) =$

   (c) calcolare $f''(x) =$

   (d) trovare e classificare il punto stazionario x_0 di f:

   $x_0 =$, si tratta di un punto di

   (e) calcolare l'equazione della retta tangente al grafico nel punto $(1, 0)$:

   (f) calcolare il polinomio di Taylor di grado 2 e di punto iniziale 1:

(g) trovare gli intervalli di convessità/concavità e il punto di flesso di f:

(h) calcolare $\int_1^{\sqrt[3]{e}} x^2 \ln(x)\, dx$ (integrazione per parti):

3. Calcolare

   (a) $\int_0^{\frac{\pi}{6}} \cos(3x)\, dx =$

   (b) $\int_1^{16} \frac{1}{\sqrt[4]{x^3}}\, dx =$

4. Per un circuito elettrico la determinazione della corrente y sull'induttanza in funzione del tempo x porta al seguente problema di Cauchy (trascurando le unità di misura):

$$\begin{cases} \dfrac{dy}{dx} + 9y = 90 \\ y(0) = 6\,. \end{cases}$$

   (a) Si calcoli la soluzione del problema di Cauchy.

   $y(x) =$

   (b) Si trovi il limite di $y(x)$ per $x \to +\infty$. $\lim_{x\to+\infty} y(x) =$

5. Si consideri un circuito elettrico con due generatori di tensioni $E_1 = 3\,\mathrm{V}$, $E_2 = 4\,\mathrm{V}$ e tre resistenze $R_1 = 100\,\Omega$, $R_2 = 200\,\Omega$, $R_3 = 300\,\Omega$. Dalle leggi di Kirchhoff si è ottenuto il seguente sistema lineare per le correnti i_1, i_2, i_3:

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 \\ R_1 & R_2 & 0 \\ 0 & R_2 & -R_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ E_1 \\ E_1 + E_2 \end{bmatrix}.$$

   (a) Calcolare la soluzione del sistema lineare con l'algoritmo di Gauss-Jordan:

   $\begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{bmatrix} =$

   (b) Nel caso $R_1 = 0$, $R_2 \neq 0$, $R_3 \neq 0$, calcolare l'inversa della matrice dei coefficienti del sistema:

   (c) Dire se la matrice dei coefficienti è invertibile anche nel caso $R_1 = R_3 = 0$, $R_2 \neq 0$ e giustificare la risposta: