

C.d.L. in Scienze naturali
Prova di Matematica del 18/06/2018

Cognome: _____

Nome: _____

Matricola: _____

Svolgere gli esercizi nelle facciate bianche disponibili e scrivere le soluzioni nei riquadri. Sarà ritirato soltanto questo fascicolo.

1. L'alfabeto italiano contiene 16 consonanti e 5 vocali. Quante sono le stringhe di 7 lettere

(a) distinte?

(b) che contengano esattamente 5 volte la lettera a ?

(c) che contengano la lettera a ?

2. Data la funzione $f(x) = \frac{\ln x}{x^2}$, $x > 0$, calcolare:

(a) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) =$

, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) =$

(applicare la regola di de l'Hospital)

(b) $f'(x) =$

(c) $f''(x) =$

(d) i punti stazionari di f e classificarli:

(e) l'equazione della retta tangente al grafico della f nel punto $(1, 0)$:

(f) il polinomio di Taylor della f di grado 2 e di centro 1:

(g) i punti di flesso della f :

(h) $\int_1^e \frac{\ln x}{x^2} dx =$

3. Calcolare

(a) $\int_1^4 \frac{1 + \sqrt{x}}{x^2} dx =$

(b) $\int_0^\pi x \cos\left(\frac{x}{2}\right) dx =$

4. Calcolare la soluzione $y = y(x)$ del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' - y = 1 \\ y(0) = -2. \end{cases}$$

$y(x) =$

5. Date le matrici $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & -2 & 3 \\ 3 & -2 & 3 \\ 3 & 2 & -2 \end{bmatrix}$, $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 6 & -5 & 1 \end{bmatrix}$, $\mathbf{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$, calcolare (se ciò è possibile)

(a) la soluzione del sistema lineare $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$ con l'algoritmo di Gauss-Jordan:

$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} =$, (b) $\mathbf{A}^{-1} =$,

(c) $\mathbf{AB} =$, $\mathbf{BA} =$.