II prova parziale scritta di Analisi Matematica II

Ingegneria Edile-Architettura, 2009/10

22 gennaio 2010

Per essere ammessi prova orale occorre ottenere almeno 15 pt.
Segnare qui un giorno in cui **non** si vuole sostenere la prova orale:..

(1) [10 pt.] Sia $\Omega \subset \mathbb{R}^3$,

$$\Omega = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} + z^2 \leq 1, \ z \geq 0, \ x \geq 0\}$$

e sia

$$F(x,y,z) = (3xze^{-z^2}, 2yze^{-z^2}, 0),$$

un campo $F \in C^1(\mathbb{R}^3, \mathbb{R}^3)$.

Disegnare (qualitativamente) Ω e calcolare

$$\iint_{\partial\Omega} F \cdot \nu d\sigma,$$

il flusso di F attraverso il bordo di Ω orientato secondo la normale esterna.

(1) [10 pt.] Sia $\Sigma \subset \mathbb{R}^3$ la superficie

$$\Sigma = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} + z^2 = 1,\ z \geq 0,\ x \geq 0\},$$

orientata dal campo normale μ tale che $\mu(0,0,1) = (0,0,-1)$. Sia $F \in C^1(\mathbb{R}^3, \mathbb{R}^3)$ il campo

$$G(x,y,z) = (yz, -xz, 0).$$

Sia $(\partial\Sigma, \mu)$ il bordo di Σ orientato compatibilmente con μ.

Calcolare il lavoro di G lungo $(\partial\Sigma, \nu)$,

$$\int_{(\partial\Sigma,\mu)} G(\mathbf{w}) \cdot d\mathbf{w}$$

(2) [10 pt.] Risolvere il problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y''(x) + 4y(x) = 3\sin(2x) \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 1 \end{cases}$$

Prova scritta complessiva di Analisi Matematica II

Ingegneria Edile-Architettura, 2009/10

22 gennaio 2010

Per essere ammessi prova orale occorre ottenere almeno 15 pt.
Segnare qui un giorno in cui **non** si vuole sostenere la prova orale:..

(1) [10 pt.] Sia $\Omega \subset \mathbb{R}^3$,

$$\Omega = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : \ \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} + z^2 \leq 1, \ z \geq 0, \ x \geq 0\}$$

e sia

$$F(x,y,z) = (3xze^{-z^2}, 2yze^{-z^2}, 0),$$

un campo $F \in C^1(\mathbb{R}^3, \mathbb{R}^3)$.

Disegnare (qualitativamente) Ω e calcolare

$$\iint_{\partial\Omega} F \cdot \nu d\sigma,$$

il flusso di F attraverso il bordo di Ω orientato secondo la normale esterna.

(2) [4 pt.] Trovare l'integrale generale reale di

$$y''(x) + 4y(x) = 3\sin(2x)$$

(3) Sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$,

$$f(x, y) = xe^{-9x^2-4y^2} + 7$$

3 pt. Trovare i punti critici di f.

3 pt. Classificare i punti critici di f.

1 pt. Determinare le equazioni del *piano tangente* Π e dello spazio tangente T al grafico di f nel punto di coordinate $(0, 3)$.

(4) [5 punti] Calcolare l'integrale

$$\iint_A \left(1 - e^{-9x^2-4y^2}\right) dxdy,$$

dove

$$A = \{(x, y) : \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} \leq 1, \; x \geq 0\}.$$

(5) [4 punti] Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una funzione $f \in C^1(\mathbb{R}, \mathbb{R})$ e si definisca $h : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$,

$$h(x, y, z) = Rot(-yf(9x^2 + 4y^2), xf(9x^2 + 4y^2), \sin(6z)).$$

Calcolare $h\left(2, 3, \frac{\pi}{4}\right)$