

ALMA MATER STUDIORUM – UNIVERSITA' DI BOLOGNA
DIPARTIMENTO DI MATEMATICA
PROGETTO LAUREE SCIENTIFICHE
A.A. 2015-2016
GRAFI ED APPLICAZIONI

16/03/2016

DOCENTE: Prof.ssa Laura Faggioli
TUTOR: Dott.ssa Loredana Melcarne

Studente: _____

Gruppo : _____

I LEZIONE (Esercizi) : Definizione di grafo e caratteristica di Eulero

I grafi sono oggetti matematici costituiti da punti (detti *nodi*) e da linee (dette *archi*), che permettono di schematizzare una grande varietà di situazioni reali e di processi e di analizzarli in termini quantitativi ed algoritmici. Alla base della teoria dei grafi sta un'astrazione, una capacità di vedere le cose "privandole" di tutti quei dettagli che non servono alla risoluzione del problema.

Di seguito vi proponiamo alcuni esercizi, riconducibili anche a situazioni reali, e vi chiediamo di provare a fornire per ciascuno di essi una soluzione, argomentando le vostre risposte.

Esercizio 1

Agli inizi del XVIII secolo gli abitanti di Königsberg (l'odierna Kaliningrad, situata nella Prussia del nord) avevano un problema semplice da enunciare, ma che non riuscivano a risolvere: la città è attraversata dal fiume Pregel e sorge in parte su due isole, oltre le quali il fiume si getta in mare. A quei tempi le due isole e le altre sponde del fiume erano collegate attraverso sette ponti (Fig. 1). Ebbene, gli abitanti della città si domandavano se fosse possibile compiere un cammino (ossia una passeggiata) lungo quei ponti in modo tale da percorrerli una volta soltanto senza tralasciarne alcuno.

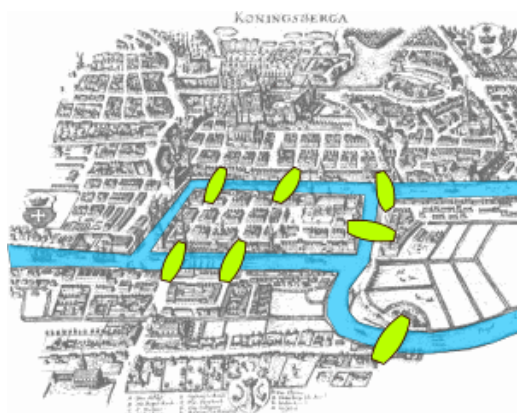


Fig.1

Attraverso l'astrazione del problema mediante un grafo (Fig.3), provate a fornire una soluzione.

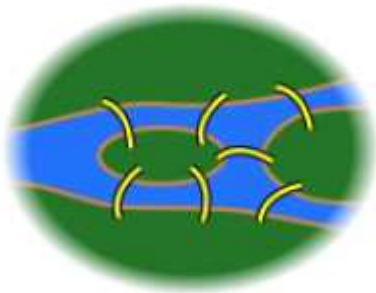


Fig.2

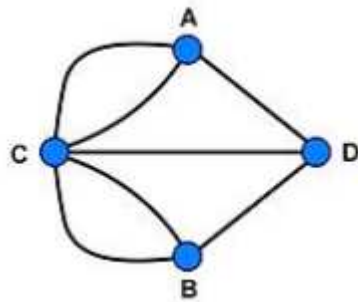


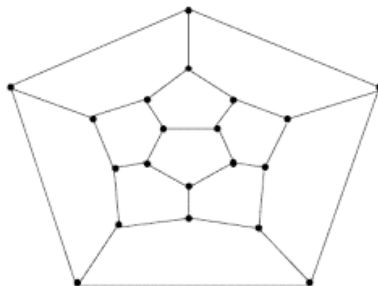
Fig.3

Esercizio 2

Nel 1859 Sir William Rowan Hamilton (matematico irlandese) propose un rompicapo: un commesso viaggiatore deve effettuare un certo numero di consegne in n città e ritornare in quella in cui si trova all'inizio del viaggio.

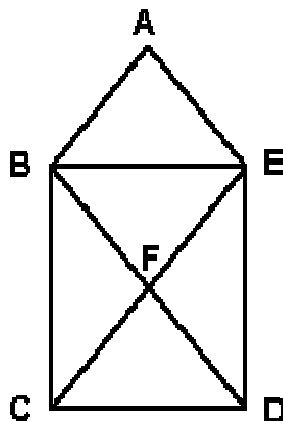
Nota la distanza tra le località, vuole organizzare il suo viaggio in modo che la distanza percorsa sia minima e tutte le località siano raggiunte.

Supponendo che i vertici del grafo sottostante rappresentino le città e gli archi le strade che le congiungono, provate a fornire una proposta del percorso da seguire.



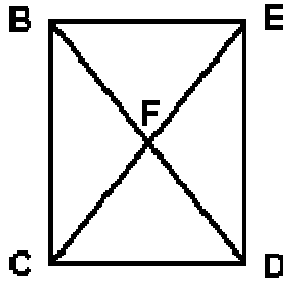
Esercizio 3

E' possibile disegnare la figura qui sotto senza mai staccare la penna dal foglio e percorrendo ogni segmento una sola volta?



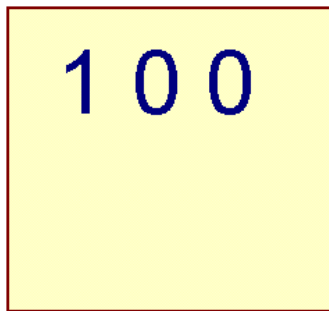
Esercizio 4

E' possibile percorrere la figura qui sotto con un solo tratto di penna percorrendo tutti i segmenti, ma ciascuno una solo volta?



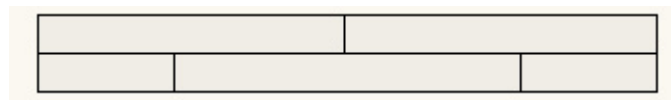
Esercizio 5

E' possibile scrivere il numero 100 su un foglio senza mai staccare la punta della penna dal foglio?



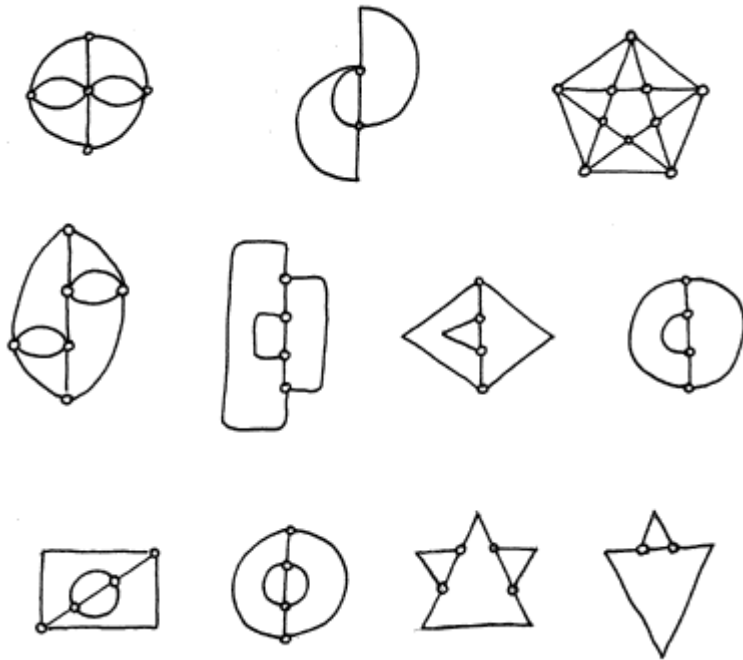
Esercizio 6

E' possibile unire tutti i segmenti con un'unica linea senza mai staccare la penna dal foglio e passando una sola volta da ogni segmento?



Esercizio 7

Ecco altri esercizi. Quali ritenete siano possibili e quali impossibili?



Esercizio 8

Disegnate tutti i possibili grafi connessi che si possono ottenere con vertici da 0 a 5.