

PROVA SCRITTA DI ANALISI MATEMATICA
L-B
CdL Ingegneria Informatica (A-F) e
dell'Automazione

II appello, 7 aprile 2003 - 200

Nome e cognome (in stampatello).....

Corso di Laurea.....

Avvertenze. Non si possono usare quaderni di appunti e libri, ma solo due fogli formato protocollo con le formule e le note che lo studente riterrà utili. Non si possono utilizzare calcolatrici grafiche. Sarà allontanato dall'aula lo studente che porta con sé un telefonino, un palmare, o qualsiasi altro strumento utile a comunicare. Non può sostenere l'esame lo studente che sia privo sia del libretto universitario, che di un documento d'identità con fotografia.

É fortemente sconsigliato dal sostenere la prova orale chi non riporti almeno 8 punti nella prova scritta. Correggerò l'esercizio facoltativo solo a chi abbia ottenuto almeno 8 punti nella parte obbligatoria.

(1) [3 punti] Scrivere l'equazione del piano tangente nel punto di coordinate $(0, 1)$ al grafico della funzione $u : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$,

$$u(x, y) = e^{x^2+y^2} - ex^2$$

(2) [4 punti] Trovare i punti critici di u e classificarli, dove

$$u(x, y) = e^{x^2+y^2} - ex^2$$

è definita su tutto \mathbb{R}^2 .

(3) [4 punti] Siano $f \in C^1(\mathbb{R}^2, \mathbb{R})$, $g \in C^1(\mathbb{R}, \mathbb{R})$. Sia $h : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ la funzione definita da

$$h(x, y) = (f(xy, x), g(x + y^2))$$

Scrivere la matrice Jacobiana di h . [Vi conviene usare nuove lettere per le variabili da cui dipende f . Ricordate che la derivata di g si scrive g' .]

(4) Sia $\gamma : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}^2$ la curva di equazioni

$$\gamma(t) = (2e^t(t - 1), e^t(1 - 2t + t^2))$$

Quale dei seguenti numeri è la lunghezza di γ ?

(i) $2e + 3$, (ii) $2e - 3$, (iii) $-2e + 3$, (iv) $-2e - 3$, (v) $6e$

(5) [4 punti] Sia $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4, 0 \leq y \leq x\}$. Calcolare il valore di

$$\int_D x^2 e^{x^2 + y^2} dx dy$$

(i) $\frac{3}{16}e^4(\pi - 2)$; (ii) $\frac{3}{16}e^4(-\pi + 2)$; (iii) $\frac{3}{16}e^4(\pi + 2)$; (iv) $\frac{3}{16}e^4(\pi + 1)$; (v) $\frac{3}{16}e^4(\pi - 1)$;

(6) (a) [2 punti] Trovare l'integrale generale dell'equazione differenziale

$$(*) y'' + y' = 2x$$

(b) [2 punti] Scrivere la soluzione del problema di Cauchy per (*) con dati iniziali $y(2) = 0$, $y'(2) = 2$.

(7) [3 punti] Per quali valori del parametro reale x converge la seguente serie?

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{n^2}$$

(i) $-1 \leq x < 1$; (ii) $-1 \leq x \leq 1$; (iii) $-2 < x \leq 0$; (iv) $-2 \leq x \leq 0$; (v) $0 \leq x \leq 1$

(8) (*Facoltativo.*) [6 punti] Calcolare l'integrale triplo

$$\int_D x dx dy dz$$

dove

$$D = \{(x, y, z) : 0 \leq x \leq y \leq z \leq 1\}$$