

# ESERCIZI SUI VETTORI E SUL PRODOTTO SCALARE

Nicola Arcozzi

(1) Siano  $v = (1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3})$ ,  $u = (1, 2, 3) \in \mathbb{R}^3$  e sia  $V = \langle v \rangle$  il sottospazio vettoriale di  $\mathbb{R}^3$  generato da  $v$  ( $\dim(V) = ?$ ). Trovare la proiezione ortogonale  $\Pi_V(u)$  di  $u$  su  $V$ . Verificare che  $u - \Pi_V(u) \perp v$ .

(1) Sia  $V = \langle v_1, v_2, v_3 \rangle$  il sottospazio vettoriale di  $\mathbb{R}^3$  generato da  $v_1 = (1, 0, 1)$ ,  $v_2 = (2, 2, 0)$ ,  $v_3 = (0, 3, -3)$ . Trovare:

(i)  $\dim(V)$ , la dimensione di  $V$ ;

(ii) una ortonormale per  $V$ .

(1) Consideriamo i seguenti vettori in  $\mathbb{R}^4$ :  $v_1 = (1, 0, 0, 0)$ ,  $v_2 = (0, 1, -1, 0)$ ,  $v_3 = (0, 0, 1, 0)$ ,  $v_4 = (0, 0, 1, 0)$ , e sia  $V = \langle v_1, v_2, v_3, v_4 \rangle$  il sottospazio vettoriale di  $\mathbb{R}^4$  da loro generato. Trovare:

(i)  $\dim(V)$ , la dimensione di  $V$ ;

(ii) una ortonormale per  $V$ ;

(iii) una base ortonormale per  $V^\perp$ , il complemento ortogonale di  $V$  in  $\mathbb{R}^4$ ;

(iv) la proiezione del vettore  $u = (a, b, c, d)$  su  $V$  e su  $V^\perp$ . ( $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ ).