

ESERCIZI SUI VETTORI E SUL PRODOTTO SCALARE

Nicola Arcozzi

(1) Siano $v = (1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3})$, $u = (1, 2, 3) \in \mathbb{R}^3$ e sia $V = \langle v \rangle$ il sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^3 generato da v ($\dim(V) = ?$). Trovare la proiezione ortogonale $\Pi_V(u)$ di u su V . Verificare che $u - \Pi_V(u) \perp v$.

(1) Sia $V = \langle v_1, v_2, v_3 \rangle$ il sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^3 generato da $v_1 = (1, 0, 1)$, $v_2 = (2, 2, 0)$, $v_3 = (0, 3, -3)$. Trovare:

(i) $\dim(V)$, la dimensione di V ;

(ii) una ortonormale per V .

(1) Consideriamo i seguenti vettori in \mathbb{R}^4 : $v_1 = (1, 0, 0, 0)$, $v_2 = (0, 1, -1, 0)$, $v_3 = (0, 0, 1, 0)$, $v_4 = (0, 0, 1, 0)$, e sia $V = \langle v_1, v_2, v_3, v_4 \rangle$ il sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 da loro generato. Trovare:

(i) $\dim(V)$, la dimensione di V ;

(ii) una ortonormale per V ;

(iii) una base ortonormale per V^\perp , il complemento ortogonale di V in \mathbb{R}^4 ;

(iv) la proiezione del vettore $u = (a, b, c, d)$ su V e su V^\perp . ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$).