

# POTENZE, RADICI, ESPONENZIALI, LOGARITMI

Nicola Arcozzi

(i) Risolvere le seguenti disequazioni.

(1)  $\sqrt{x^2 - 3} < \sqrt{2x}$

(2)  $\sqrt{x^2 - 1} < \sqrt{x}$

(3)  $\sqrt{x^2 - 3} > \sqrt{2x}$

(4)  $\sqrt{x} > x$

(5)  $\sqrt{x} > x$

(6)  $\sqrt{x^2} > x$

(7)  $\sqrt{x} > x - 2$

(8)  $\sqrt{-x} > x + 2$

(9)  $\sqrt{-1 - x^2} > -1$

(10)  $\sqrt{x} < x$

(11)  $\sqrt{x} < x$

(12)  $\sqrt{x^2} < x$

(13)  $\sqrt{x} < x - 2$

(14)  $\sqrt{-x} < x + 2$

**(ii)** Esercizi diversi su radici e esponenziali.

(1) Se  $a > 0$  e  $a\sqrt{a}\sqrt[4]{a}\sqrt[8]{a} = a^q$ , allora  $q = ?$

(2) Se  $a > 0$  e  $\sqrt{a\sqrt{a\sqrt{a}}} = a^q$ , allora  $q = ?$

(3) Trovare tutti gli  $a \in \mathbb{R}$  tali che

$$a > \frac{1}{a}$$

(4) Trovare tutti gli  $a \in \mathbb{R}$  tali che

$$a^4 > a^3$$

(5) Trovare tutti gli  $a \in \mathbb{R}$  tali che

$$a^2 > a^3$$

(6) Vero o falso? Se  $a > b > 0$  e  $x \in \mathbb{R}$ , allora  $a^x > b^x$ .

(7) Sia  $C = (a^{x^2})^x a^{x^3}$ . Allora, (i)  $C = a^{2x^2+x^3}$ ; (ii)  $C = a^{2x^3}$ ; (iii)  $C = a^{2x^5}$ ; (iv) (i)  $C = a^{x^6}$ .

**(iii)** Esercizi sui logaritmi.

(1) Calcolare i seguenti logaritmi.  $\log_2(16)$ ,  $\log_2(16)$ ,  $\log_2(\sqrt{2})$ ,  $\log_3(1/3)$ ,  $\log_{1/2}(2)$ ,  $\log_{10}(0.000001)$ .

(2) Scrivere nella maniera più semplice l'espressione

$$\log_a(a^{x^2} a^x b)$$

(3) Scrivere nella maniera più semplice l'espressione

$$\log_a(\sqrt[3]{a\sqrt{a}\sqrt{a^x}})$$

(iv) Risolvere le seguenti disequazioni.

(1)  $2^x < 3$ .

(2)  $2^{x^2-x} > \frac{1}{8}$ .

(3)  $e^{-x} > 1$ .

(4)  $4^x - 5 \cdot 2^x + 4 > 0$ .

(v) Trovare il dominio delle seguenti funzioni.

(1)  $f(x) = \log(x^2 - 5x + 4)$ .

(2)  $f(x) = \log(x^2 + 1)$ .

(3)  $f(x) = \sqrt{\log(x + 1)}$ .

(4)  $f(x) = \sqrt{x} + \log(2 - x)^2$ .

(5)  $f(x) = \log\left(\frac{x+1}{x-1}\right)$ .