

# ESERCIZI SULLE DERIVATE 2, con soluzioni

Nicola Arcozzi

- (1) Sia  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  una funzione derivabile su  $\mathbb{R}$  e sia

$$h(x) = f(x^2)$$

Calcolare  $h'(-1)$ .

- (2) Sia  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  una funzione derivabile su  $\mathbb{R}$  e supponiamo che  $f(1) = 2$  e  $f'(1) = 3$ . Definiamo  $h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,

$$h(x) = f(x^2 + 1)$$

Quali delle seguenti affermazioni è vera?

- (i)  $h'(1) = 4$ ,
  - (ii)  $h'(1) = 6$ ,
  - (iii)  $h'(0) = 6$ ,
  - (iv)  $h'(0) = 0$ .
- (3) Sia  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  una funzione derivabile su  $\mathbb{R}$  e sia

$$h(x) = f(x^2) + xf(x)$$

Calcolare  $h'$ .

- (4) Siano  $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  funzioni derivabili su  $\mathbb{R}$  e sia

$$h(x) = \frac{f(x)}{g(x)^2 + 1}$$

Supponiamo inoltre che  $g(0) = 2$ ,  $g'(0) = 3$ ,  $f(0) = 5$ ,  $f'(0) = 7$ .

Calcolare  $h'(0)$ .

(5) Sia  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  una funzione derivabile su  $\mathbb{R}$  e sia

$$h(x) = [f(x)]^2$$

Calcolare  $h'$ .

(6) Sia  $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$  una funzione derivabile su  $\mathbb{R}$  e sia

$$h(x) = e^{f(\log(x))}$$

Calcolare  $h'$ .

(7) Sia  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  una funzione derivabile su  $\mathbb{R}$ , tale che  $f(x) > 0$  per ogni  $x$  in  $\mathbb{R}$ . Supponiamo che  $f(2) = 3$  e  $f'(2) = 5$ . Sia

$$h(x) = \log(f(x))$$

Quali delle seguenti affermazioni è vera?

(i)  $h'(3) = \frac{5}{3}$ ,

(ii)  $h'(2) = \frac{5}{3}$ ,

(iii)  $h'(3) = 5 \log(3)$ ,

(iv)  $h'(2) = 5 \log(3)$ .

(8) Sia  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  una funzione derivabile su  $\mathbb{R}$  e sia

$$h(x) = f(f(x))$$

Siano  $f(0) = 1$ ,  $f'(0) = 2$ ,  $f'(1) = 3$ ,  $f'(2) = 5$ ,  $f(1) = 7$ ,  $f(2) = 11$ .

Calcolare  $h'(0)$ .

**Soluzioni.** (1)  $h'(-1) = -2f'(1)$ . (2) (iv). (3)  $h'(x) = f'(x^2) \cdot 2x + f(x) + xf'(x)$ . (4)  $h'(0) = -1$ . (5)  $h'(x) = 2f(x)f'(x)$ . (6)  $h'(x) = e^{f(\log(x))} f'(\log(x)) \frac{1}{x}$ . (7) (ii). (8)  $h'(0) = 6$ .