

Esercizi sui gradienti delle funzioni

January 27, 2003

Delle seguenti funzioni a valori in \mathbb{R} calcolare il gradiente e calcolare poi l'equazione piano tangente al grafico e il differenziale nei punti assegnati.

(1) $u(x, y) = x^2y - 3xy^2 + y^3 - x^2, (0, 1)$.

(2) $u(x, y) = x^2 + y^2, (0, 0)$.

(3) $u(x, y) = (x^2 + y^2 + 1)^2, (0, 0)$.

(4) $u(x, y) = xe^{-x^2-y^2}, (1, 1)$.

(5) $u(x, y) = xye^{-x^2-y^2}, (0, 1)$

(6) $u(x, y) = e^{x^2} \sin(xy), (1, \pi/2)$

(7) $u(x, y) = \frac{xy}{x^2+y^2}, (-1, 2^{1/2})$

(8) $u(x, y, z) = x^2z - xyz + xy^2, (-3, 2, 0)$

(9) (facoltativo) $u(x, y) = \int_x^y \varphi(t) dt$, con $\varphi : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, continua; $(0, 0)$

(10) $u(x, y) = x^2, (1, 0)$

Delle funzioni in tutti gli esercizi tranne (1), trovare tutti i punti (x, y) [o (x, y, z)] tali che $\nabla u(x, y) = 0$.