

Esercizi sugli estremanti

February 5, 2003

Trovare i punti critici delle seguenti funzioni e classificarli. (Le funzioni hanno come dominio tutti i valori delle variabili per cui le espressioni che le definiscono hanno significato).

$$(1) f(x, y, z) = x^2 + 2y^2 + 3z^2 - xy + 2x + 1$$

$$(2) f(x, y) = \frac{x}{1+x^2+y^2}$$

$$(3) f(x, y) = e^{x^2+y^2}$$

$$(4) f(x, y) = (2x + y)^3 - (x + 1)^3$$

Trovare $f(A)$, dove

$$(1) f(x, y) = x^2 + y \text{ e } A = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 1, x \geq 0\}$$

$$(2) f(x, y) = x - y \text{ e } A = \{(x, y) : 0 \leq y \leq \sin(x), 0 \leq x \leq \pi\}$$

$$(3) f(x, y) = x + y \text{ e } A = \{(x, y) : 0 \leq y \leq \sin(x), 0 \leq x \leq \pi\}$$

Soluzioni dei primi quattro esercizi. (1) $(-8/7, -2/7, 0)$ è un punto di minimo relativo. (2) $(1, 0)$ è un punto di massimo relativo, $(-1, 0)$ è un punto di minimo relativo. (3) $(0, 0)$ è un punto di minimo relativo. (4) $(-1, 2)$ è l'unico punto critico. Studiando il segno della funzione, si può stabilire che si tratta di un punto di sella.