

# ESERCIZI SULLE FUNZIONI CONTINUE

Nicola Arcozzi, Analisi Matematica L-A

October 15, 2003

- (1) Sia  $f \in C((-1, 1])$ . Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
- (a)  $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$  esiste in  $\mathbb{R}^*$ .
  - (b)  $\lim_{n \rightarrow +\infty} f\left(\frac{1-n}{n}\right)$  esiste in  $\mathbb{R}^*$ .
  - (c) Se  $f(0) = 1$  e se  $f(1) = 0$ , allora esiste  $x \in (0, 1)$  tale che  $f(x) = 1/2$ .
  - (d)  $f$  è limitata su  $(-1, 0]$ .
  - (e)  $f$  è limitata su  $(0, 1]$ .
- (2) Sia  $f \in C((-1, 2))$ . Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
- (a)  $\lim_{n \rightarrow +\infty} f\left(\frac{1-n}{2n}\right)$  esiste in  $\mathbb{R}^*$ .
  - (b)  $\lim_{n \rightarrow +\infty} f\left(\frac{(-1)^n}{2}\right)$  esiste in  $\mathbb{R}$ .
  - (c)  $\lim_{n \rightarrow +\infty} f\left(\frac{n-n^3}{3n^2+1-n^3}\right)$  esiste in  $\mathbb{R}^*$ .
  - (d)  $\lim_{n \rightarrow +\infty} f\left(\frac{(-1)^n}{\sqrt{n}}\right) = f(1)$ .
  - (e)  $\lim_{n \rightarrow +\infty} f\left(\frac{(-1)^n}{\sqrt{n}}\right) = f(0)$ .
- (3) Sia  $f \in C([-1, 0] \cup [1, 2])$ . Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
- (a) Esistono  $l_1 = \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$  e  $l_2 = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$  in  $\mathbb{R}$  e  $l_1 = l_2$ .
  - (b)  $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$  esiste in  $\mathbb{R}^*$ .
  - (c)  $f([-1, 0] \cup [1, 2])$  è un intervallo.
  - (d)  $f(-1/2, 0)$  è un intervallo.
  - (e) Se  $f$  è crescente e  $f(-1) \leq 0 \leq f(2)$ , allora esiste  $x \in [-1, 0] \cup [1, 2]$  tale che  $f(x) = 0$ .
  - (f) Se  $f$  è crescente e  $f(-1) < 0 \leq f(0)$ , allora esiste  $x \in [-1, 0] \cup [1, 2]$  tale che  $f(x) = 0$ .
- (4) Sia  $f \in C([-2, -1])$ . Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
- (a)  $f$  ha minimo in  $[-2, -1)$ .
  - (b) Per ogni  $x$  in  $[-2, -1)$ ,  $f(x) < 0$ .
  - (c) Se  $f$  è strettamente crescente su  $[-2, -1)$ , allora esiste  $\min f$ .
  - (d) Se  $f$  è strettamente crescente su  $[-2, -1)$ , allora esiste  $\max f$ .
  - (e) Se  $f$  è strettamente crescente su  $[-2, -1)$ , allora  $\sup f = \lim_{x \rightarrow -1^-} f(x)$ .
  - (f)  $f([-2, -3/2])$  è un intervallo chiuso e limitato.

**Soluzioni.** (1) c, e; (2) a, c, e; (3) b, d, f; (4) c, e, f.