

ESERCIZI SUL CALCOLO DELLE DERIVATE

Nicola Arcozzi

October 28, 2003

Analisi Matematica L-A

(1) Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \text{sign}(x) & \text{se } x \neq 0 \\ 0 & \text{se } x = 0 \end{cases}$$

In quale sottoinsieme A di \mathbb{R} è derivabile f ? Calcolare la derivata di f su A .

(2) Data la funzione f , dire su quale insieme f è derivabile, calcolare la funzione derivata di f , e calcolare la derivata di f nel punto $x = a$ dato.

$$f(x) = x^x, \quad a = 2 \tag{1}$$

$$f(x) = \text{sign}(x), \quad a = 1 \tag{2}$$

$$f(x) = |\sin(x)|, \quad a = \pi/2 \tag{3}$$

$$f(x) = \sqrt{1 + e^{|x|}}, \quad a = \log 2 \tag{4}$$

$$f(x) = \frac{1}{x^2 + 1}, \quad a = 1 \tag{5}$$

$$f(x) = \frac{x}{x^2 + 1}, \quad a = 0 \tag{6}$$

$$f(x) = x \left(\frac{\cos(x)}{1 + e^x} \right), \quad a = \pi \tag{7}$$

$$f(x) = \sin(x)^{\cos(x)}, \quad a = \pi/2 \tag{8}$$

$$f(x) = \log(\log(x)), \quad a = e^e \tag{9}$$

$$f(x) = \arctan \left(\frac{x}{x + 1} \right), \quad a = 0 \tag{10}$$

$$f(x) = \sinh^2(x) - \cosh^2(x), \quad a = -1 \tag{11}$$

$$f(x) = \cos(\arcsin(x)), \quad a = -1 \tag{12}$$

(3) Scrivere l'equazione della retta tangente al grafico della funzione f nel punto di ascissa $x = a$.

$$f(x) = x^3 + x^2, \quad a = 0 \quad (13)$$

$$f(x) = x|x|, \quad a = 1 \quad (14)$$

$$f(x) = e^{|x|}, \quad a = -1 \quad (15)$$

$$f(x) = 2x + 1, \quad a = 3 \quad (16)$$

$$f(x) = \cos^2(x^2), \quad a = \sqrt{\pi}/2 \quad (17)$$

(4) Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione

$$f(x) = \begin{cases} x^2 \sin\left(\frac{1}{x}\right) & \text{se } x \neq 0 \\ 0 & \text{se } x = 0 \end{cases}$$

Utilizzando la definizione di derivata, trovare la derivata di f nel punto $x = 0$.