

ESERCIZI SULLO STUDIO DI FUNZIONI

Nicola Arcozzi, Analisi Matematica L-A

November 15, 2006

Come sempre, gli esercizi non sono in ordine di difficoltà. Dove siano richieste più informazioni riguardo a una funzione, costituisce un esercizio in sé anche la risposta a solo alcuni dei quesiti (la sola monotonia, per esempio, o l'immagine della funzione).

(A) Tracciare il grafico delle seguenti funzioni, indicando gli intervalli su cui sono crescenti, decrescenti, costanti.

1.

$$f(x) = |x + 1| - |x|$$

2.

$$f(x) = |x + 1| + |x|$$

3. (Indicare anche il campo di esistenza)

$$f(x) = \frac{x^2 - 3|x| + 2}{x^2 - 3x + 2}$$

4. (Indicare anche il campo di esistenza)

$$f(x) = \log \left(\frac{|x + 1| + |x| + 1}{|2x + 2|} \right)$$

(B) Delle seguenti funzioni, studiare il campo di esistenza, l'insieme su cui la funzione è, rispettivamente, continua o derivabile; trovare gli eventuali punti angolosi, e determinare in essi i valori di derivata destra e sinistra. Trovare i limiti alla frontiera del campo di esistenza e gli eventuali asintoti. Determinare gli intervalli su cui la funzione è crescente o decrescente e punti di massimo e minimo relativo.

1. Per $-2\pi \leq x \leq 2\pi$,

$$f(x) = e^{\sin(x)} - |\sin(x)|$$

Trovare l'immagine di f .

- 2.

$$f(x) = \frac{\sqrt{x^2 + 1}}{x}$$

Trovare l'immagine di f .

- 3.

$$f(x) = (x^2 + 1)e^{\frac{|x|+|x+1|}{2}}$$

Trovare l'immagine di f .

- 4.

$$f(x) = \frac{x}{\log(|x|)}$$

- 5.

$$f(x) = \log\left(\frac{|e^x - 2|}{e^x + 2}\right)$$

Trovare l'immagine di f .

- 6.

$$f(x) = \log\left(\frac{e^x + 2}{3e^x + 1}\right)$$

Trovare l'immagine di f .

- 7.

$$f(x) = \sqrt{\arctan(x^2 + 1)}$$

Trovare l'immagine di f .

- 8.

$$f(x) = (x^2 - 1)e^{|x|}$$

Trovare l'immagine di f .