

# Test di prova VII\*

Nicola Arcozzi

November 15, 2006

Analisi Matematica L-A

(1)[5 pti.] Sia  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la funzione

$$f(x) = e^{-|x^2-1|}.$$

- (i) Determinare gli intervalli su cui  $f$  é crescente.
- (ii) Determinare gli intervalli su cui  $f$  é convessa.
- (iii) Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x)$$

e disegnare un grafico di  $f$  che tenga conto delle informazioni raccolte.

(2)[3 pti.] Calcolare

$$L = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1 - x}{x^2}.$$

- (i)  $L = 0$ .
- (ii)  $L = +\infty$ .
- (iii)  $L = \frac{1}{2}$ .
- (iv)  $L = 1$ .

(3) [3 pti.] Sia  $f : [0, 3] \rightarrow \mathbb{R}$  una funzione derivabile in  $(0, 3)$ . Quali delle seguenti affermazioni é vera?

- (i) Se  $f(0) = f(3)$ , allora  $\exists x \in (0, 3) : f'(x) = 0$ .
- (ii)  $\exists x \in (1, 2) : f'(x) = f(2) - f(1)$ .
- (iii) Se  $\forall x \in (0, 3) f'(x) \geq 0$ , allora  $f$  é crescente su  $[0, 3]$ .
- (iv) Se  $f$  é crescente su  $[0, 3]$ , allora  $f$  é continua su  $[0, 3]$ .

(4) [2 pti.] Mostrare che  $\forall t, s \in (0, 1)$  tali che  $s + t = 1$  e  $\forall a, b > 0$  si ha che

$$(sa + tb) \log(sa + tb) \leq sa \log a + tb \log b.$$

---

\*Il punteggio attribuito ai singoli esercizi é solo indicativo