Esercizi sugli integrali generalizzati

Nicola Arcozzi

2007

(1) Stabilire per quali valori del parametro $a \in \mathbb{R}$, $a \geq 0$, converge l'integrale generalizzato

$$I(a) = \int_0^\infty \frac{\arctan(x^a)}{x + x^{2a}} dx.$$

(2) Stabilire per quali valori del parametro $a \in \mathbb{R}$, $a \geq 0$, converge l'integrale generalizzato

$$I(a) = \int_0^1 \frac{\sin(\pi x)}{(1-x)^{2a} x^a} dx.$$

(3) Stabilire per quali valori del parametro $a \in \mathbb{R}$, $a \geq 0$, converge l'integrale generalizzato

$$I(a) = \int_0^\infty \frac{x + x^a}{x + x^{2a}} \cdot \frac{1}{\sqrt{x}} dx.$$

(4) Stabilire per quali valori del parametro $a \in \mathbb{R}$, $a \geq 0$, converge l'integrale generalizzato

$$I(a) = \int_0^1 \frac{x + x^a}{x + x^{2a}} \cdot \frac{1}{\sqrt{x}} dx.$$

(5) Stabilire per quali valori del parametro $a \in \mathbb{R}$ converge l'integrale generalizzato

$$I(a) = \int_1^\infty \frac{1}{x \log(x) \log^a(\log(e^2 x))} dx.$$

(6) Stabilire per quali valori del parametro $a \in \mathbb{R}$ converge l'integrale generalizzato

$$I(a) = \int_1^\infty \frac{1}{x \log(ex) \log^a(\log(e^2 x))} dx.$$

Soluzioni. (1) $a > 1/2$. (2) $0 \leq a \leq 1/2$. (3) $a > 3/4$. (4) $a \neq 1/2$. (5) Per nessun valore di a (studiare $\log(x)$ per $x \to 1$ con de l'Hospital o con un polinomio di Taylor!). (6) $a > 1$.