Test di prova IV

Nicola Arcozzi

October 20, 2006

Analisi Matematica L-A

(1) Siano $A \subseteq \mathbb{R}$, $f : A \to \mathbb{R}$, $S \in \mathbb{R}$.

$$S = \sup_A f$$

significa:

(i) $\exists x_0 \in A: \ \forall x \in A : f(x) \leq f(x_0) = S$.

(ii) $S = \sup\{x : \ f(x) \in A\}$.

(iii) $S = \sup\{f(x) : \ x \in A\}$.

(iv) $f(S) = \sup\{f(x) : \ x \in A\}$.

(2) Sia

$$L = \lim_{n\to\infty} \frac{2 \cdot n^2 + n \cdot \log^2 n}{\log\left(n^{n^2}\right) + 3 \cdot n^2}.$$

Allora,

(i) $L = 0$.

(ii) $L = \infty$.

(iii) $L = 1$.

(iv) $L = \frac{2}{3}$.

(3) Sia $f \in C((0, 1])$. Allora, necessariamente,

(i) $\exists \lim_{n\to\infty} f\left(\frac{1}{n}\right) \in \mathbb{R}$.

(ii) $\exists \lim_{n\to\infty} f\left(\frac{1}{n}\right) \in \mathbb{R}^*$.

(iii) f é superiormente limitata.

(iv) $\forall n \geq 2,\ n \in \mathbb{N}$, f ha massimo in $\left[\frac{1}{n}, 1\right]$.

(4) Siano $f, g \in C([0,1])$ e supponiamo che $f(0) + g(0) = 0 = f(1) - g(1)$. Allora, necessariamente,

(i) $\exists x \in [0,1] :\ f(x) = 0$.

(ii) $\exists x \in [0,1] :\ f(x) \cdot g(x) = 0$.

(iii) $\exists x \in (0,1] :\ f(x) + g(x) = 0$.

(iv) $\exists x \in (0,1) :\ f(x)^2 - g(x)^2 = 0$.

(5) Trovare il dominio della funzione

$$f(x) = \sqrt{\left(\log \sqrt{\log x} - 1\right)}.$$

Soluzioni. (1)(iii), (2)(i), (3)(iv), (4)(ii), (5) $x \in \left[e^{e^2}, +\infty\right)$.