INTEGRALE TRIPLO

[6 punti] Siano

$$B = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : x^2+z^2 \le 36,\ \ -1 \le y \le 3,\ \ 27+y^2 \le x^2+z^2\}$$

e $f \in \mathcal{C}(B;\mathbb{R})$. Determinare esplicitamente $a, b \in \mathbb{R}$ e gli insiemi $B_y \subset \mathbb{R}^2$ tali che

$$\int\int\int_B f(x,y,z)dxdydz = \int_a^b \left(\int\int_{B_y} f(x,y,z)\, dxdz\right)\, dy\,.$$

[6 punti] Siano

$$B = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : x^2+z^2 \le 64,\ \ -1 \le y \le 4,\ \ 48+y^2 \le x^2+z^2\}$$

e $f \in \mathcal{C}(B;\mathbb{R})$. Determinare esplicitamente $a, b \in \mathbb{R}$ e gli insiemi $B_y \subset \mathbb{R}^2$ tali che

$$\int\int\int_B f(x,y,z)dxdydz = \int_a^b \left(\int\int_{B_y} f(x,y,z)\, dxdz\right)\, dy\,.$$

[6 punti] Siano

$$B = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : x^2+z^2 \le 100,\ \ -1 \le y \le 5,\ \ 75+y^2 \le x^2+z^2\}$$

e $f \in \mathcal{C}(B;\mathbb{R})$. Determinare esplicitamente $a, b \in \mathbb{R}$ e gli insiemi $B_y \subset \mathbb{R}^2$ tali che

$$\int\int\int_B f(x,y,z)dxdydz = \int_a^b \left(\int\int_{B_y} f(x,y,z)\, dxdz\right)\, dy\,.$$

EQUAZIONE in $\mathbb{C}$.

[4 punti] Trovare le soluzioni dell'equazione algebrica in $\mathbb{C}$

$$(z^2 - 2(1-\mathrm{i})\mathrm{z} - 4\mathrm{i})\left(\mathrm{z}^4 - 12\mathrm{z}^2 - 64\right) = 0.$$

[4 punti] Trovare le soluzioni dell'equazione algebrica in $\mathbb{C}$

$$(z^2 - 3(1-\mathrm{i})\mathrm{z} - 9\mathrm{i})\left(\mathrm{z}^4 - 27\mathrm{z}^2 - 324\right) = 0.$$

[4 punti] Trovare le soluzioni dell'equazione algebrica in $\mathbb{C}$

$$(z^2 - 4(1-\mathrm{i})\mathrm{z} - 16\mathrm{i})\left(\mathrm{z}^4 - 48\mathrm{z}^2 - 1024\right) = 0.$$

EQUAZIONE DIFFERENZIALE

[4 punti] Trovare l'integrale generale dell'equazione differenziale

$$y'' - 4y' + 4y = e^{4x} + \cos(2x)\,.$$

[4 punti] Trovare l'integrale generale dell'equazione differenziale

$$y'' - 8y' + 16y = e^{8x} + \cos(4x)\,.$$

[4 punti] Trovare l'integrale generale dell'equazione differenziale

$$y'' - 12y' + 36y = e^{12x} + \cos(6x)\,.$$

MASSIMI E MINIMI

[5 punti] Determinare i punti critici della funzione

$$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}\,, \qquad f(x) = -2x^3 - 4xy^2 + 16xy - 8x$$

e classificarli.

[5 punti] Determinare i punti critici della funzione

$$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}\,, \qquad f(x) = -4x^3 - 4xy^2 + 16xy - 8x$$

e classificarli.

[5 punti] Determinare i punti critici della funzione

$$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}\,, \qquad f(x) = -6x^3 - 4xy^2 + 16xy - 8x$$

e classificarli.

INTEGRALE DOPPIO

[5 punti] Sia $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 :\ 1 \leq x^2 + y^2 \leq 16, x^2 - y^2 \leq 0,\ \ y \geq 0\}$. Calcolare l'integrale

$$\int\int_A \frac{4x^2 + 2y^2}{\sqrt{x^2 + y^2}}\, dxdy\,.$$

[5 punti] Sia $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 :\ 1 \leq x^2 + y^2 \leq 36, x^2 - y^2 \leq 0,\ \ y \geq 0\}$. Calcolare l'integrale

$$\int\int_A \frac{6x^2 + 2y^2}{\sqrt{x^2 + y^2}}\, dxdy\,.$$

[5 punti] Sia $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 :\ 1 \leq x^2 + y^2 \leq 64, x^2 - y^2 \leq 0,\ \ y \geq 0\}$. Calcolare l'integrale

$$\int\int_A \frac{8x^2 + 2y^2}{\sqrt{x^2 + y^2}}\, dxdy\,.$$

SERIE

[3 punti] Per quali valori di $\alpha \in \mathbb{R}^+$ la seguente serie converge

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^\alpha \sin\frac{1}{n^3+2}}{n^3 + n^{\frac{\alpha}{4}}}$$

[3 punti] Per quali valori di $\alpha \in \mathbb{R}^+$ la seguente serie converge

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^\alpha \sin\frac{1}{n^5+2}}{n^3 + n^{\frac{\alpha}{4}}}$$

[3 punti] Per quali valori di $\alpha \in \mathbb{R}^+$ la seguente serie converge

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^\alpha \sin\frac{1}{n^7+2}}{n^3 + n^{\frac{\alpha}{4}}}$$

DERIVATE PARZIALI DI COMPOSIZIONE

[3 punti] Siano $g, g_1 \in \mathcal{C}^{(1)}\left(\mathbb{R}^2; \mathbb{R}\right)$ e poniamo

$$k : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}\,, \qquad k(x,y) = g\left(x+y^3, g_1\left(\text{ sen } \left(x+y^3\right), x^3+y\right)\right)\,.$$

Calcolare $\nabla g\left(x_0, y_0\right)$, dove $\left(x_0, y_0\right) \in \mathbb{R}^2$.

[3 punti] Siano $g, g_1 \in \mathcal{C}^{(1)}\left(\mathbb{R}^2; \mathbb{R}\right)$ e poniamo

$$k : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}\,, \qquad k(x,y) = g\left(x+y^4, g_1\left(\text{ sen } \left(x+y^4\right), x^4+y\right)\right)\,.$$

Calcolare $\nabla g\left(x_0, y_0\right)$, dove $\left(x_0, y_0\right) \in \mathbb{R}^2$.

[3 punti] Siano $g, g_1 \in \mathcal{C}^{(1)}\left(\mathbb{R}^2; \mathbb{R}\right)$ e poniamo

$$k : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}\,, \qquad k(x,y) = g\left(x+y^5, g_1\left(\text{ sen } \left(x+y^5\right), x^5+y\right)\right)\,.$$

Calcolare $\nabla g\left(x_0, y_0\right)$, dove $\left(x_0, y_0\right) \in \mathbb{R}^2$.