

PROVA SCRITTA DI ANALISI MATEMATICA L-B INGEGNERIA CIVILE

Nicola Arcozzi

15 maggio 2009

Cognome e nome (in stampatello):

Il tempo a disposizione é di 2 ore e 30 minuti.

Si viene ammessi alla prova orale con un punteggio superiore o uguale a 10 pt.

(1) [4 punti] Determinare gli $z \in \mathbb{C}$, tali che

$$(z^4 - 25i)(z^2 + 10iz + 1) = 0.$$

(2)

[3 punti] Siano $f \in C^1(\mathbb{R}^2, \mathbb{R})$ e $g \in C^1(\mathbb{R}, \mathbb{R})$ e poniamo

$$h : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}, \quad h(x, y, z) = x \cdot f(g(x^2y^3 + 1), 5x + y).$$

Calcolare $\nabla h(x_0, y_0, z_0)$.

(3)

[5 punti] Classificare i punti critici della funzione

$$f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x, y) = (x^2 - y^2 - 4)(y^2 - 1).$$

- (4) [4 punti] Calcolare l'integrale generale dell'equazione differenziale

$$y'' + 25y = \sin(5x).$$

- (5) [5 punti] Calcolare l'integrale doppio

$$I = \int_{\Omega} (2 \sin(x^2) + 3 \sin(x)) \, dx dy,$$

dove

$$\Omega = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |y| \leq x \leq 4\}.$$

- (6) [5 punti] Sia

$$A = \left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + \frac{z^2}{25} \leq 4, x^2 + y^2 \geq 1 \right\}.$$

Se $f \in C(A, \mathbb{R})$, determinare $a, b \in \mathbb{R}$ e $A(z) \subset \mathbb{R}^2$, per ogni $z \in [a, b]$, tali che

$$\int \int \int_A f(x, y, z) \, dx \, dy \, dz = \int_a^b \left(\int \int_{A(z)} f(x, y, z) \, dx \, dy \right) dz.$$

- (7) [4 punti] Determinare per quali valori del parametro $\gamma \in \mathbb{R}^+$ l'integrale generalizzato

$$\int_0^{+\infty} \frac{\arctan(x^\gamma)}{x^{2\gamma} + x^{3\gamma}} dx$$

converge.