PROVA SCRITTA DI ANALISI MATEMATICA L-B INGEGNERIA CIVILE

Nicola Arcozzi

Cognome e nome (in stampatello):

Il tempo a disposizione é di 2 ore e 30 minuti.
Si viene ammessi alla prova orale con un punteggio superiore o uguale a 10 pt.

(1) [4 punti] Determinare gli $z \in \mathbb{C}$, tali che

$$\left(z^4 + 9i\right)\left(z^2 - 6iz + 1\right) = 0\,.$$

(2)
[3 punti] Siano $f \in C^1\left(\mathbb{R}^2, \mathbb{R}\right)$ e $g \in C^1(\mathbb{R}, \mathbb{R})$ e poniamo

$$h : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}\,, \qquad h(x, y, z) = x \cdot f\left(g(x^2y^3), 3x + y\right).$$

Calcolare $\nabla h\,(x_0, y_0, z_0)$.

(3)
[5 punti] Classificare i punti critici della funzione

$$f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R},\ \ f(x, y) = (x^2 - y^2 - 9)(y^2 - 1).$$

(4)

[4 punti] Calcolare l'integrale generale dell'equazione differenziale

$$y'' - 9y = e^{3x} + 1.$$

(5)

[5 punti] Calcolare l'integrale doppio

$$I = \int_{\Omega} \big(\sin(x^2) + \sin(x)\big)\, dxdy,$$

dove

$$\Omega = \big\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 :\ |y| \le x \le 3\big\}\,.$$

(6)

[5 punti] Sia

$$A = \left\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 :\ x^2 + y^2 + \frac{z^2}{9} \le 4,\ x^2 + y^2 \ge 1\right\}.$$

Se $f \in C(A, \mathbb{R})$, determinare $a, b \in \mathbb{R}$ e $A(z) \subset \mathbb{R}^2$, per ogni $z \in [a, b]$, tali che

$$\int\!\!\int\!\!\int_A f(x, y, z)\, dx\, dy\, dz = \int_a^b \left(\int\!\!\int_{A(z)} f(x, y, z)\, dx\, dy\right) dz.$$

(7)

[4 punti] Determinare per quali valori del parametro $\gamma \in \mathbb{R}^+$ l'integrale generalizzato

$$\int_0^{+\infty} \frac{1 - e^{-x^\gamma}}{x^3 + x^6}\, dx$$

converge.