

PROGRAMMA DETTAGLIATO PER LA PROVA ORALE

Nicola Arcozzi

Versione definitiva.

Numeri reali. Proprietà fondamentali dei numeri reali: proprietà algebriche, d'ordine, di completezza. Definizione di estremo superiore e inferiore di un insieme.

Geometria analitica. Distanza tra due punti e punto medio di un segmento. Equazione della retta, condizione di parallelismo. Equazione di una circonferenza dato raggio e centro.

Spazi vettoriali e matrici. Definizione di \mathbb{R}^n e proprietà delle operazioni che rendono $(\mathbb{R}^n, +, \cdot)$ uno spazio vettoriale. Prodotto scalare, norma e proprietà.

Definizione di vettori linearmente indipendenti. Sottospazi di \mathbb{R}^n . Definizione di "dimensione di un sottospazio di \mathbb{R}^n ".

Definizione di matrice, somma e prodotto di matrici. Definizione di matrice identica e di matrice nulla. Proprietà delle operazioni tra matrici. Definizione di determinante di una matrice e proprietà.

Teorema sulla risolubilità dei sistemi di n equazioni lineari con n incognite (cioè, condizioni equivalenti all'esistenza e unicità della soluzione).

Limiti di successioni. Definizione di successione e di limite di una successione, finito o infinito. Proprietà dei limiti di successioni.

Limiti di funzioni e funzioni continue. Definizione di funzione continua in un punto. Relazione tra continuità e limiti di successioni. Definizione di massimo e di punto di massimo per una funzione (quindi, di minimo e di punto di minimo). Proprietà globali delle funzioni continue (teorema di Weierstrass, teorema degli zeri).

Definizione di limite di una funzione in un punto. Proprietà dei limiti.

Definizione di funzione crescente e decrescente.

Derivate di funzioni e applicazioni. Definizione di funzione derivabile in un punto e di derivata. Teorema sulla continuità delle funzioni derivabili. Teorema sulla derivata di un prodotto. Teorema sulla derivata di una composizione.

Definizione di massimo e minimo relativo di una funzione. Teorema di Fermat. Teoremi di Rolle e Lagrange. Teorema sulla relazione tra crescita di una funzione e segno della derivata. Teorema sulle funzioni la cui derivata è nulla su un intervallo.

Teorema di de l'Hôpital.

Definizione di o -piccolo (solo nel caso $o_{x \rightarrow 0}(x^n)$, con $n \in \mathbb{N}$). Differenziale di una funzione e sua interpretazione geometrica.

Definizione di derivata seconda di una funzione. Definizione di funzione convessa. Teorema sulla formula di Taylor al primo e al secondo ordine.

Numeri complessi. Definizione di numeri complessi e operazioni su di essi. Rappresentazione geometrica di un numero complesso. Rappresentazione trigonometrica di un numero complesso. Soluzione delle equazioni di secondo grado in \mathbb{C} .