Prova orale di Analisi L-A

[O4]

(1) Siano $a_1, \dots, a_n$ vettori colonna di $\mathbb{R}^n$ e sia

$$A = [a_1|a_2|\dots|a_n]$$

la matrice aventi $a_1, \dots, a_n$ come colonne. Quale delle seguenti condizioni è equivalente al fatto che $\{a_1, \dots, a_n\}$ sia una famiglia di vettori linearmente indipendenti?

(i) $det(A) = 0$.

(ii) Il sistema $Ax = 0$ ha almeno una soluzione ($x \in \mathbb{R}^n$ essendo il vettore delle incognite e 0 essendo l'elemento neutro di $\mathbb{R}^n$).

(iii) Non esistono numeri reali $c_1, \dots, c_n$ tali che

$$c_1 a_1 + \cdots + c_n a_n = 0.$$

(iv) Per ogni scelta di numeri reali $c_1, \dots, c_n$, se

$$c_1 a_1 + \cdots + c_n a_n = 0$$

allora $c_1 = c_2 = \dots c_n = 0$.

(v) Esistono numeri reali $c_1, \dots, c_n$ tali che

$$c_1 a_1 + \cdots + c_n a_n \neq 0$$

(2) Dare la definizione di limite di una successione $\{a_n\}$, spiegando precisamente ogni termine.

(3) Dare la definizione di punto di massimo relativo per una funzione ed enunciare il teorema di Fermat. Alternativamente, dare la definizione di funzione crescente su un intervallo e enunciare il teorema sul legame tra monotonia di una funzione e segno della sua derivata prima.