Prova orale di Analisi L-A

[O5]

(1) Sia $\{v_1, \ldots\ v_k\}$ una famiglia di vettori *linearmente indipendenti* in $\mathbb{R}^n$.

Quale delle seguenti affermazioni è necessariamente vera? (i) $k \leq n$. (ii) $k = n$. (iii) $k \geq n$. [Mettere una croce sulla relazione implicata].

Quale delle seguenti proprietà è equivalente all'indipendenza lineare di $\{v_1, \ldots\ v_k\}$?

(i) Per ogni scelta di $c_1, \ldots, c_k$ in $\mathbb{R}$, si ha che $c_1 v_1 + \cdots + c_k v_k \neq 0$.

(ii) Non esistono $c_1, \ldots, c_k$ in $\mathbb{R}$ tali per cui $c_1 v_1 + \cdots + c_k v_k = 0$.

(iii) Per ogni scelta di $c_1, \ldots, c_k$ in $\mathbb{R}$, se $(c_1, \ldots, c_k) \neq (0, \ldots, 0)$ allora $c_1 v_1 + \cdots + c_k v_k \neq 0$.

(iv) Esistono $c_1, \ldots, c_k$ in $\mathbb{R}$ per cui $c_1 v_1 + \cdots + c_k v_k \neq 0$.

(v) Esistono $c_1, \ldots, c_k$ in $\mathbb{R}$ tali che $c_1 \neq 0, \ldots,\ c_k \neq 0$ e $c_1 v_1 + \cdots + c_k v_k = 0$.

(2) Dare la definizione di estremo superiore di un sottoinsieme di $\mathbb{R}$.

Un sottoinsieme A di $\mathbb{R}$ ammette certamente estremo superiore in $\mathbb{R}$ se A è: (i) limitato superiormente, (ii) limitato inferiormente, (iii) limitato?

Dare la definizione di insieme limitato superiormente.

(3) Definire la derivata seconda di una funzione f definita su un intervallo di $\mathbb{R}$ e dare la formula di Taylor al secondo ordine per f. (Ovviamente, è richiesta la definizione di o-piccolo).