

Prova orale di Analisi L-A

[O3]

(1) Siano v_1, v_2 due vettori in \mathbb{R}^2 e sia A la matrice 2×2 avente v_1 e v_2 come colonne,

$$A = [v_1 | v_2]$$

Quali delle seguenti sono equivalenti all'indipendenza lineare di $\{v_1, v_2\}$?

- (i) $\det(A) \neq 0$.
- (ii) Il sistema $Ax = 0$ ha almeno una soluzione ($x \in \mathbb{R}^2$ essendo il vettore delle incognite e 0 essendo l'elemento neutro di \mathbb{R}^2).
- (iii) Il sistema $Ax = b$ ha esattamente una soluzione per ogni $b \in \mathbb{R}^2$ ($x \in \mathbb{R}^2$ essendo il vettore delle incognite e b essendo un vettore dato in \mathbb{R}^2).
- (iv) Non esistono numeri reali c_1, c_2 tali che

$$c_1 v_1 + c_2 v_2 = 0.$$

- (v) Per ogni scelta di numeri reali c_1, c_2 , se

$$c_1 v_1 + c_2 v_2 = 0$$

allora $c_1 = c_2 = 0$.

(2) Dare la definizione di funzione continua e enunciare dei teoremi rilevanti sulle funzioni continue.

(3) Enunciare i teoremi che danno condizioni necessarie e sufficienti affinché una funzione sia crescente o decrescente in termini del segno della sua derivata. (Definire anche le funzioni crescenti e decrescenti).