Prova orale di Analisi L-A

[O4]

(1) Siano $a_1, \ldots, a_n$ vettori colonna di $\mathbb{R}^n$ e sia

$$A = [a_1|a_2|\ldots|a_n]$$

la matrice aventi $a_1, \ldots, a_n$ come colonne. Quali delle seguenti condizioni sono equivalenti al fatto che $\{a_1, \ldots, a_n\}$ sia una famiglia di vettori linearmente indipendenti?

(i) $det(A) \neq 0$.

(ii) Il sistema $Ax = 0$ ha almeno una soluzione ($x \in \mathbb{R}^n$ essendo il vettore delle incognite e 0 essendo l'elemento neutro di $\mathbb{R}^n$).

(iii) Il sistema $Ax = b$ ha esattamente una soluzione per ogni $b \in \mathbb{R}^n$ ($x \in \mathbb{R}^n$ essendo il vettore delle incognite e b essendo un vettore dato in $\mathbb{R}^n$).

(iv) Non esistono numeri reali $c_1, \ldots, c_n$ tali che

$$c_1 a_1 + \cdots + c_n a_n = 0.$$

(v) Per ogni scelta di numeri reali $c_1, \ldots, c_n$, se

$$c_1 a_1 + \cdots + c_n a_n = 0$$

allora $c_1 = c_2 = \cdots = c_n = 0$.

(2) Dare la definizione di limite di una successione $\{a_n\}$.

(3) Dare la definizione di punto di massimo relativo per una funzione ed enunciare il teorema di Fermat.