Prova orale di Analisi L-A

[O5]

(1) Sia $\{v_1, \dots\ v_k\}$ una famiglia di vettori *linearmente indipendenti* in $\mathbb{R}^n$.

Questo implica che: (i) $k \leq n$? (ii) $k = n$? (iii) $k \geq n$? [Mettere una croce sulla relazione implicata].

Quali delle seguenti proprietà sono equivalenti all'indipendenza lineare di $\{v_1, \dots\ v_k\}$?

(i) Per ogni scelta di $c_1, \dots, c_k$ in $\mathbb{R}$, si ha che $c_1 v_1 + \cdots + c_k v_k \neq 0$.

(ii) Per ogni scelta di $c_1, \dots, c_k$ in $\mathbb{R}$, se $(c_1, \dots, c_k) \neq (0, \dots, 0)$, allora $c_1 v_1 + \cdots + c_k v_k \neq 0$.

(iii) Per ogni scelta di $c_1, \dots, c_k$ in $\mathbb{R}$, se $c_1 v_1 + \cdots + c_k v_k = 0$, allora $c_1 = \cdots = c_k = 0$.

(iv) Non esistono $c_1, \dots, c_k$ in $\mathbb{R}$ tali per cui $c_1 v_1 + \cdots + c_k v_k = 0$.

(v) Esistono $c_1, \dots, c_k$ in $\mathbb{R}$ per cui $c_1 v_1 + \cdots + c_k v_k = 0$.

(vi) Esistono $c_1, \dots, c_k$ in $\mathbb{R}$ per cui $c_1 v_1 + \cdots + c_k v_k \neq 0$.

(vii) Esistono $c_1, \dots, c_k$ in $\mathbb{R}$ tali che $(c_1, \dots, c_k) \neq (0, \dots, 0)$ e $c_1 v_1 + \cdots + c_k v_k = 0$.

(viii) Non esistono $c_1, \dots, c_k$ in $\mathbb{R}$ tali che $(c_1, \dots, c_k) \neq (0, \dots, 0)$ e $c_1 v_1 + \cdots + c_k v_k = 0$.

(2) Definire il punto di massimo per una funzione e enunciare teoremi rilevanti sulle funzioni continue in un intervallo $[a, b]$.

(3) Definire la derivata seconda di una funzione f definita su un intervallo di $\mathbb{R}$ e dare la formula di Taylor al secondo ordine per f. (Ovviamente, è richiesta la definizione di o-piccolo).