I Prova parziale di Analisi Matematica LA
Ingegneria Gestionale

Nicola Arcozzi

10 novembre 2006

Analisi Matematica L-A

Il tempo a disposizione é di 1 ora e 30 minuti. Non si possono utilizzare calcolatrici grafiche. Non si possono utilizzare libri o appunti.

Il punteggio per gli esercizi a scelta multipla é di 3 pt. per la risposta esatta, -1 pt per una risposta errata, 0 pt. se la risposta non viene data. Nell'esercizio a risposta libera non c'é punteggio negativo.

Si viene ammessi alla seconda prova parziale scritta se (i) si provano almeno tre esercizi, (ii) si ottiene un punteggio di almeno 7 punti[1].

(1)[3pt] Calcolare

$$L = \lim_{x \to 2^+} \sin(5x) \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 5x + 6}$$

(i) $L = 0$

(ii) $L = -\infty$

(iii) $L = -1$

(iv) $L = -\sin(10)$

(2)[3pt] Calcolare

$$L = \lim_{n \to \infty} \frac{3 \cdot 2^{2n} + 5 \cdot n^3}{7 \cdot 2^n + 11 \cdot n^2}$$

(i) $L = 0$

(ii) $L = +\infty$

(iii) $L = \frac{3}{7}$

(iv) $L = \frac{5}{11}$

(3)[3pt] Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una funzione derivabile su tutto $\mathbb{R}$ e sia $h : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$h(x) = f(x + f(x)).$$

Supponiamo che $f(-1) = 2$, $f'(-1) = 3$, $f'(2) = 100$ e $f'(1) = 7$. Calcolare $h'(-1)$.

(i) $h'(-1) = 21$.

(ii) $h'(-1) = 28$.

(iii) $h'(-1) = 12$.

[1] Nel caso del I parziale, (ii) $\implies$ (i)!

(iv) $h'(-1) = 103$.

(4) [3pt] Siano $f, g : [0, 1] \to \mathbb{R}$ due funzioni continue su $[0, 1]$ e si supponga che $f(0) = 3$, $g(0) = 5$, $f(1) = 5$, $g(1) = 3$. Sia inoltre $h : [0, 1] \to \mathbb{R}$ la funzione definita come

$$h(x) = 5 \cdot f(x) + 3 \cdot g(x).$$

Dalle ipotesi segue che

(i) $\exists x \in [0, 1] : \; h(x) = 14$.

(ii) h é crescente su $[0, 1]$.

(iii) $\exists x \in [0, 1] : \; h(x) = 32$.

(iv) $h(1/2) = 32$.

(5)[3pt] Sia $f : [-1, 0] \to \mathbb{R}$ una funzione. Quale delle seguenti proprietá equivale a chiedere che $c \in \mathbb{R}$ sia *punto di minimo* per f su $[-1, 0]$?

(i) $c = \max\{f(x) : \; x \in [-1, 0]\}$.

(ii) $c = -1$.

(iii) $f'(c) = 0$.

(iv) $c \in [-1, 0]$ e $\forall x \in [-1, 0] : \; f(x) \geq f(c)$.

(6)[2pt] Trovare il dominio della funzione

$$f(x) = \sqrt{3 - \tan(|2x|)},$$

ristretto all'intervallo $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$.