Prima prova parziale di Analisi LA
Ingegneria Edile - Ravenna

Nicola Arcozzi

8 novembre 2006

Il tempo a disposizione é di 1 ora e 30 minuti. Non si possono utilizzare calcolatrici grafiche. Non si possono utilizzare libri o appunti.

Il punteggio per gli esercizi a scelta multipla é di 3 pt. per la risposta esatta, -1 pt per una risposta errata, 0 pt. se la risposta non viene data. Negli esercizi a risposta libera non c'é punteggio negativo. Scrivete la risposta sul foglio degli esercizi, non su un foglio a parte.

Si viene ammessi alla seconda prova parziale scritta se (i) si provano almeno tre esercizi, (ii) si ottiene un punteggio di almeno 7 punti.

(1)[2pt] Risolvere il sistema di disequazioni:

$$\begin{cases} x^2 - |x| - 6 < 0 \\ |x| > 1 \end{cases}$$

(2) [3pt] Sia $x > 0$ e sia

$$L = \log_3 \left(3^{x^3}\right)$$

allora

(i) $L = x$.

(ii) $L = x^3$.

(iii) $L = 3x$.

(iv) $L = 3^x$.

(3) [3pt] Siano $f : \mathbb{R} - \{-2\} \to \mathbb{R}$, $g : \mathbb{R} - \{-3\} \to \mathbb{R}$ le funzioni

$$f(x) = \frac{1}{x+2}, \; g(x) = \frac{1}{x+3}.$$

Quale delle seguenti identitá é vera per ogni $x \in \mathbb{R}$?

(i) $g \circ f(x) = \frac{x+3}{2x+7}$.

(ii) $g \circ f(x) = \frac{x+2}{3x+7}$.

(iii) $g \circ f(x) = \frac{1}{x+5}$.

(iv) $g \circ f(x) = \frac{1}{x^2+5x+6}$.

(4) [2pt] Sia $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ la funzione lineare definita da $f(v) = Av$ ($v \in \mathbb{R}^3$),

$$A = \begin{pmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & 1 & a \\ 0 & a & 1 \end{pmatrix},$$

dove $a \in \mathbb{R}$. Trovare a tale che l'equazione vettoriale $f(u) = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$ non abbia soluzioni.

(5) [3pt] Calcolare L,

$$L = \lim_{n \to \infty} \frac{3 \cdot 2^n + 5 \cdot n^3}{7 \cdot 2^n + 11 \cdot n^3}.$$

(i) $L = 0$.

(ii) $L = +\infty$.

(iii) $L = \frac{3}{7}$.

(iv) $L = \frac{5}{11}$.

(6) [5pt] Consideriamo i seguenti vettori in $\mathbb{R}^4$: $v_1 = (1, 1, 2, 0)$, $v_2 = (1, -1, 2, 0)$, $v_3 = (0, 0, 0, 1)$, e sia $V =< v_1, v_2, v_3 >$ il sottospazio vettoriale di $\mathbb{R}^4$ da loro generato. Trovare:

(i) $dim(V)$, la dimensione di V;

(ii) una ortonormale per V;

(iii) una base ortonormale per $V^{\perp}$, il complemento ortogonale di V in $\mathbb{R}^4$;

(iv) la proiezione del vettore $u = (a, b, c, d)$ su V e su $V^{\perp}$.