ESERCIZI DELLA I PROVA SCRITTA PARZIALE

31/10/2003

Analisi matematica L-A

prof. Enrico Obrecht, dott. Nicola Arcozzi, dott. Cataldo Grammatico

Derivazione di funzioni

[3 punti] Sia $f : \mathbf{R}^+ \to \mathbf{R}$, $f(x) = x^{\sin(3x)}$. Calcolare $f'\left(\frac{\pi}{6}\right)$.

[3 punti] Sia $f : \mathbf{R}^+ \to \mathbf{R}$, $f(x) = x^{\cos(7x)}$. Calcolare $f'\left(\frac{\pi}{7}\right)$.

Limiti di successioni

[3 punti] Calcolare

$$\lim_{n\to+\infty} \sqrt[4]{n+3}(\sqrt{n+2}-\sqrt{n-2})^{1/2}.$$

$\sqrt{2}$

$+\infty$

0

$\sqrt{2\sqrt{3}}$

Limiti di funzioni

[3 punti] Calcolare

$$\lim_{x\to 2} \frac{(x^2-5x+6)\sqrt{x+2}}{x^2-7x+10}$$

$\frac{2}{3}$

$+\infty$

0

2

Continuità

Sia $f:(-5,3]\to\mathbf{R}$, f continua. Dire quale delle seguenti affermazioni è vera.

Per ogni successione $\{x_n\}_{n\in\mathbf{N}}$ in $(-5,3]$, se $x_n\to-2$, allora $f(x_n)\to f(-2)$.

Per ogni successione $\{x_n\}_{n\in\mathbf{N}}$ in $(-5,3]$, se $x_n\to-5$, allora esiste $\lim_{n\to+\infty} f(x_n)$.

Per ogni successione $\{x_n\}_{n\in\mathbf{N}}$ in $(-5,3]$, se $x_n\to 3$, allora $f(x_n)\to 3$.

Non esiste $\lim_{n\to+\infty} f((-2)^n)$.

Derivazione di funzioni composte

Siano $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$ e $g:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$ derivabili su $\mathbf{R}$. Se $g(x)=\cos^2(f(x))$ per ogni $x\in\mathbf{R}$ e $f(3)=2$ $f'(3)=c\in\mathbf{R}$, allora:

$g'(3)=-2c\cos(2)\sin(2)$

$g'(3)=-2c\cos(3)\sin(3)$

$g'(2)=-2c\cos(2)\sin(2)$

$g'(2)=-2c\cos(3)\sin(3)$

ESERCIZIO FACOLTATIVO

[5 punti] Sia $f:[0,3)\to\mathbf{R}$,

$$f(x)=\begin{cases} 3x^2+2x^3, & \text{se } x\in[0,1] \\ 3x+2, & \text{se } x\in(1,3] \end{cases}$$

Si chiede se tale funzione è continua. Lo studente svolga questo esercizio in un foglio separato, motivando con cura ogni affermazione.