

**I PROVA PARZIALE DI ANALISI MATEMATICA LA
C.d.L. in Ingegneria Edile e Tecnico del Territorio a Ravenna
A.A. 2004/05**

Nicola Arcozzi
29/10/2004

101

Nome e cognome.....

(1) Trovare il raggio della circonferenza γ con centro in $(1, 2)$, tangente alla retta l

$$y = \frac{1}{2}x.$$

Disegnare γ e l sul piano cartesiano.

(2) Trovare le soluzioni del sistema di disequazioni

$$\begin{cases} \sqrt{x^2 - 4} \geq x \\ \log_2(x + 5) \geq 1 \end{cases}$$

(3) Sia $x > 0$. Una sola delle seguenti affermazioni è certamente vera. Quale?

(1) $x^{\log_2 x} = x$.

(2) $\log_2(x^x) = x$.

(3) $\log_2(2^x) = 2$.

(4) $2^{\log_2 x} = x$.

(4) Quale delle seguenti famiglie di vettori in \mathbb{R}^3 è una famiglia di vettori linearmente indipendenti?

(1) $(2, 2, 3), (1, 3, 0), (4, 8, 3)$.

(2) $(1, 0, 2), (0, 1, 3), (0, 0, 1), (1, 2, 3)$.

(3) $(2, 3, 2), (1, 3, 1), (0, 2, 3)$.

(4) $(2, 3, 1), (3, 4, 1), (0, 0, 0)$.

Lo spazio generato da questa famiglia è una base per \mathbb{R}^3 ?

(5) Sia $\lambda > 0$, $\lambda \neq 1$, e sia

$$C = \log_{\lambda} \left(\sqrt[2]{\lambda^3 \sqrt[4]{\lambda}} \cdot \lambda^{\lambda^3} \right)$$

Allora,

(1) $C = \lambda^3 + \frac{13}{8}$,

(2) $C = 3\lambda + \frac{13}{8}$,

(3) $C = \frac{31}{8}$,

(4) $C = \lambda^3 + \frac{13}{2}$.

ESERCIZIO FACOLTATIVO (da svolgere su un foglio a parte). Determinare $\lambda \in \mathbb{R}$ in modo che le colonne della matrice

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & \lambda \\ \lambda & \lambda & \lambda \\ \lambda & 2 & \lambda \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

generino un sottospazio di \mathbb{R}^4 avente dimensione minore di 3.

SOLUZIONI

(1): $R = \frac{3}{\sqrt{5}}$.

(2): $[-3, -2]$.

(3): (4).

(4): (3).

(5): (1)

Facoltativo: $\lambda = 0, 1, 2$. Per questo esercizio, comunque, si chiedeva di motivare la risposta, mostrando il procedimento e indicando i teoremi e le definizioni utilizzati.