II PROVA SCRITTA PARZIALE DI ANALISI L-A
C.d.L. in Ingegneria Edile e Tecnico del Territorio, sede di Ravenna

3 dicembre 2004

Nome e Cognome (in stampatello)..

Corso di Laurea: (i) Ingegneria Edile, (ii) Tecnico delTerritorio. Segnare con una croce il corso di laurea a cui è iscritto il candidato.

Si vuole sostenere la prova orale durante il I appello o durante il II appello? Segnare con una croce la propria scelta.

I appello II appello

Esercizi della prova scritta parziale. Tempo per la prova: 1 ora e 30 minuti.

(1) [3 punti] Calcolare la matrice $A = B \cdot C$ e il determinante di A, dove

$$B = \begin{pmatrix} 3 & 0 & -3 \\ 0 & 3 & 3 \\ 6 & 3 & 0 \end{pmatrix}$$

e

$$C = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 2 \\ 0 & -2 & -2 \\ -4 & -2 & 0 \end{pmatrix}$$

(2) [3 punti] Sia
$$L = \lim_{n\to\infty} \frac{n^2 3^n + 2\cdot 5^n}{n4^n + 3\cdot 5^n}.$$
Allora, $L =$
(i) ∞
(ii) $\frac{2}{3}$
(iii) 0
(iv) $\frac{3}{4}$

(3) [3 punti] Siano $f : [0,1] \to \mathbb{R}$ e $g : [0,1] \to \mathbb{R}$ funzioni continue, $f(0) = 3$, $f(1) = 6$, $g(0) = -2$, $g(1) = -4$. Quale delle seguenti affermazioni è certamente vera?

(i) Esiste x in $[0,1]$ tale che $f(x)g(x) = 0$.

(ii) Esiste x in $[0,1]$ tale che $f(x) + g(x) = 7$.

(iii) Esiste x in $[0,1]$ tale che $f(x) + g(x) = 0$.

(iv) Esiste x in $[0,1]$ tale che $3\cdot f(x) + 2\cdot g(x) = 7$.

(4) [3 punti] Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una funzione derivabile su tutto $\mathbb{R}$. Sia
$$h(x) = e^{4\cdot f(5x^2+3)}$$
Quali delle seguenti è la derivata di f?
(i) $h'(x) = e^{4\cdot f'(5x^2+3)} \cdot 10x$.
(ii) $h'(x) = e^{4\cdot f(5x^2+3)} \cdot f'(5x^2+3) \cdot 40x$.
(iii) $h'(x) = e^{4\cdot f'(5x^2+3)\cdot 10x} \cdot 4$.
(iv) $h'(x) = e^{4\cdot f(x)} \cdot f'(x) \cdot 40x$.

(5) [3 punti] Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la funzione

$$f(x) = (x+2)e^{-x^2-4x+1}$$

(a) Trovare gli intervalli su cui f è crescente.
(b) Calcolare

$$\lim_{x\to\infty} f(x), \quad \lim_{x\to-\infty} f(x)$$

(c) Trovare gli intervalli su cui $f > 0$ e disegnare sommariamente il grafico di f.

(6) [3 punti] **Esercizio facoltativo.** Calcolare

$$\lim_{x \to 0} \frac{3\sin(4x^2)}{5x(1-e^{2x})},$$

mostrando il procedimento utilizzato in dettaglio e mettendo in evidenza i teoremi ultilizzati.

[202]