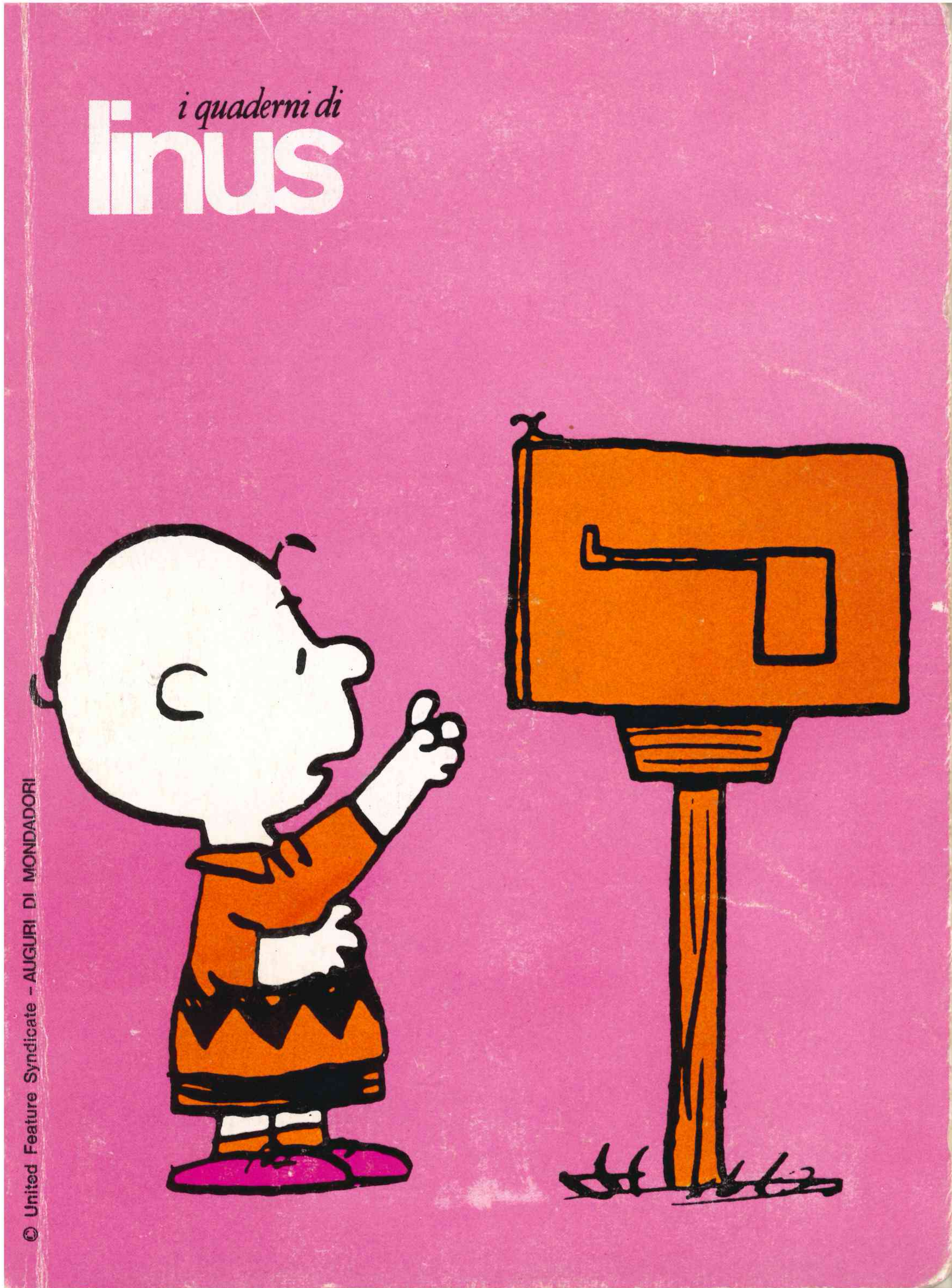

Alcuni esercizi di tipo vero/falso sulle successioni.

(1) Sia $\{a_n\}$ una successione in $\mathbb{R}$ e supponiamo che $\exists \lim_{n\to+\infty} a_n = -1$.
Quali delle seguenti affermazioni seguono necessariamente dalle ipotesi?

(i) $\exists R>0 : \forall n\in\mathbb{N}: \ n\geq R \Rightarrow a_n \leq -1/2$

(ii) $\forall R>0 \ \exists n\in\mathbb{N}: \ n\geq R$ e $a_n \leq -1/2$

(iii) $\exists R>0 \ \forall n\in\mathbb{N}: n\geq R \Rightarrow a_n \leq -1$

(iv) $\exists n\in\mathbb{N} : a_n \leq -1$

(v) $\exists R>0 : \forall n\in\mathbb{N} : n\geq R \Rightarrow a_n \geq -2$

(vi) non esiste $n\in\mathbb{N} : a_n \geq 0$

(vii) esiste $n\in\mathbb{N} : a_n \geq 0$

(vii) $\{a_n\}$ è limitata superiormente

(viii) $\{a_n\}$ è limitata.

(quattro sono vere e quattro sono false).

(2) Quale delle seguenti non è equivalente a dire che $\lim_{n\to\infty} a_n = -1$?

(i) $\forall \varepsilon>0 \ \exists R\in\mathbb{R} : \forall n\in\mathbb{N} \ n\geq R \Rightarrow |a_n+1|<\varepsilon$

(ii) $\forall \varepsilon>0 \ \exists R<0 : \forall n\in\mathbb{N} \ n\geq R \Rightarrow |a_n+1|<\varepsilon$

(iii) $\forall \varepsilon>0 \ \exists R>0 : \forall n\in\mathbb{N} \ n\geq R \Rightarrow |a_n+1|<2\varepsilon$

(iv) $\forall \varepsilon>0 \ \exists R\geq 10 : \forall n\in\mathbb{N} \ |a_{n+1}+1|<\varepsilon$

~~(v) ∀ε>0 ∃R>0~~:

Alcuni limiti

(1) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{3n+1}{n+3}$

(2) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{(n+1)^2+(2n+3)^2}{5n^2+9n+8}$

(3) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{(2n+1)(4n^2-n-25)}{(3n-7)^3}$

(4) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n^2+1}{n^3+1}$

(5) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{[(2n+1)^2+n^2]^3}{[(2n+1)^3+n^3]^2}$

(6) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{1+\dfrac{1}{1+\dfrac{1}{n}}}$

(7) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{(2n+1)^2-(2n-3)^2}{n}$

(8) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{(x+\frac{1}{n})^2-x^2}{\frac{1}{n}}$ (con $x\in\mathbb{R}$ fissato)

(9) Trovare $k\in\mathbb{N}$: $\exists \lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{(n+1)^3-(n-1)^3}{n^k} \neq 0$ (in $\mathbb{R}$).